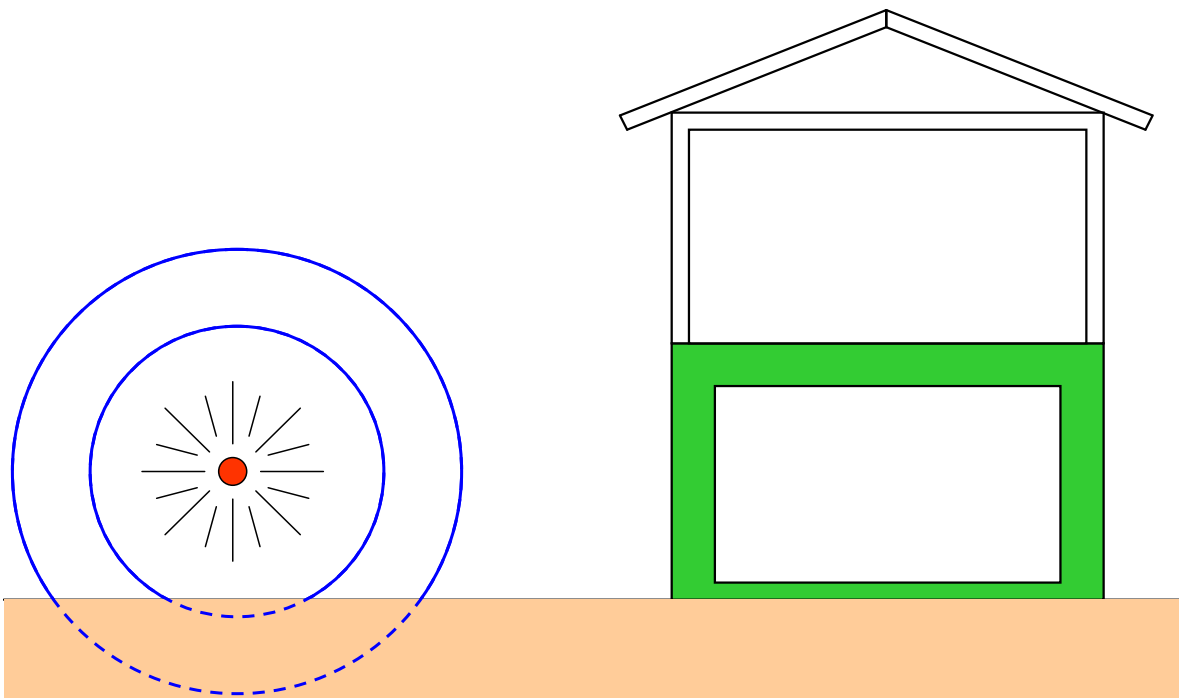




Myndigheten för  
samhällsskydd  
och beredskap

# Luftstötståg



Luftstötvtåg

Författare: Morgan Johansson, Reinertsen Sverige AB

2012 MSB

Publikationsnummer: MSB448

ISBN: 978-91-7383-265-6

## Innehållsförteckning

### Förord

### Sammanfattning

### Beteckningar

<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>1</b>
1.1	Bakgrund	1
1.2	Syfte och målsättning	1
1.3	Explosionsförloppet och dess effekter – orientering	2
1.4	Begränsningar	3
<b>2</b>	<b>Grundläggande information</b>	<b>4</b>
2.1	Vad är en stötvåg?	4
2.2	Hur uppstår en stötvåg?	4
2.2.1	Allmänt	4
2.2.2	Definition av explosion	4
2.2.3	Bildandet av en stötvåg	5
2.3	Hur uppfattas en stötvåg?	6
<b>3</b>	<b>Matematiska samband</b>	<b>8</b>
3.1	Utbredning av en stötvåg	8
3.1.1	Orientering	8
3.1.2	Konservering av massa	9
3.1.3	Konservering av rörelsemängd	9
3.1.4	Konservering av energi	10
3.1.5	Tillståndsekvationen - Equation of State (EOS)	12
3.1.6	Rankine-Hugoniotekvationen	13
3.1.7	Stötvågfrontens tjocklek	14
3.2	Samband mellan stötvågsp parametrar	14
3.3	Reflexion	17
3.3.1	Reflexionstyper	17
3.3.2	Normalreflexion	17
3.3.3	Sned reflexion	19
3.3.4	Machreflexion	23
3.3.4.1	Machvågens utbredning	23
3.3.4.2	Kritisk vinkel	24
3.3.4.3	Reflexionskoefficient	25
3.3.4.4	Machvågens höjd	27
3.3.5	Spegling	27

3.4	Diffraktion	29
3.5	Stagnationstryck och dynamisk vindlast	30
3.5.1	Stagnationstryck	30
3.5.2	Dynamisk vindlast	31
<b>4</b>	<b>Empiriska samband</b>	<b>35</b>
4.1	Principiellt utseende hos stötvåg	35
4.2	Skallagar	38
4.3	Stötvågsstorheter	40
4.3.1	Orientering	40
4.3.2	Samband enligt ConWep (1992)	40
4.3.3	Jämförelse med Baker (1973)	43
4.3.4	Jämförelse med Kinney och Graham (1985)	44
4.3.5	Jämförelse med Försvarmakten (2000)	45
4.4	Sprängämnets inverkan	48
4.5	Inverkan av laddningens utseende	51
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>52</b>
5.1	Orientering	52
5.2	Polynom för luftens tillståndsekvation	52
5.3	Speglingsfaktor i ConWep	54
5.4	Koppling mellan stötvågsparametrar	54
5.5	Empiriska samband för varaktighet och impulstäthet	55
<b>6</b>	<b>Slutsatser</b>	<b>59</b>
<b>7</b>	<b>Referenser</b>	<b>60</b>

<b>Bilaga A</b>	<b>Luftens tillståndsekvation</b>	<b>62</b>
<b>Bilaga B</b>	<b>Samband mellan stötvågsparametrar</b>	<b>64</b>
B.1	Orientering	64
B.2	Härledning av samband mellan stötvågsparametrar	67
B.2.1	Tryck och densitet - $P = P(\rho)$	67
B.2.2	Densitet och tryck - $\rho = \rho(P)$	67
B.2.3	Tryck och kompression - $P = P(\mu)$	68
B.2.4	Kompression och tryck - $\mu = \mu(P)$	68
B.2.5	Stötvågshastighet och partikelhastighet - $U_s = U_s(U_p)$	69
B.2.6	Partikelhastighet och stötvågshastighet - $U_p = U_p(U_s)$	70
B.2.7	Tryck och stötvågshastighet - $P = P(U_s)$	70
B.2.8	Stötvågshastighet och tryck - $U_s = U_s(P)$	70
B.2.9	Tryck och partikelhastighet - $P = P(U_p)$	71
B.2.10	Partikelhastighet och tryck - $U_p = U_p(P)$	71
B.2.11	Stötvågshastighet och densitet - $U_s = U_s(\rho)$	71
B.2.12	Densitet och stötvågshastighet - $\rho = \rho(U_s)$	72
B.2.13	Partikelhastighet och densitet - $U_p = U_p(\rho)$	72
B.2.14	Densitet och partikelhastighet - $\rho = \rho(U_p)$	73
B.2.15	Tryck och energiintensitet - $P = P(E)$	74
B.2.16	Energiintensitet och tryck - $E = E(P)$	75
B.2.17	Densitet och energiintensitet - $\rho = \rho(E)$	75
B.2.18	Energiintensitet och densitet - $E = E(\rho)$	76
B.2.19	Energiintensitet och stötvågshastighet - $E = E(U_s)$	76
B.2.20	Stötvågshastighet och energiintensitet - $U_s = U_s(E)$	77
B.2.21	Energiintensitet och partikelhastighet - $E = E(U_p)$	77
B.2.22	Partikelhastighet och energiintensitet - $U_p = U_p(E)$	77
B.3	Jämförelse av härledda uttryck	78
B.4	Effekt av varierande $\gamma$ framför och bakom stötvåg	84
<b>Bilaga C</b>	<b>Inverkan av konstant värmekapacitetskvot</b>	<b>86</b>
<b>Bilaga D</b>	<b>Härledning av reflekterat tryck vid normalreflexion</b>	<b>91</b>
D.1	Orientering	91
D.2	Reflekterat tryck	91
D.3	Reflexionskoefficient	94
<b>Bilaga E</b>	<b>Definition av Machtal</b>	<b>95</b>
<b>Bilaga F</b>	<b>Sned stöt</b>	<b>96</b>
F.1	Orientering	96
F.2	Stötvågsparametrar som funktion av Machhastighet	96
F.3	Reflektionsvinkel och våghastighet	98

<b>Bilaga G</b>	<b>Empiriska uttryck av stötvågsstorheter</b>	<b>101</b>
G.1	Orientering	101
G.2	Uttryck enligt Kingery och Bulmash (1984)	102
G.2.1	Orientering	102
G.2.2	Oreflekterat övertryck, $P_s^+$	103
G.2.3	Reflekterat övertryck, $P_r^+$	103
G.2.4	Oreflekterad impulstäthet, $i_s^+$	104
G.2.5	Reflekterad impulstäthet, $i_r^+$	104
G.2.6	Varaktighet hos positiv fas, $t^+$	105
G.2.7	Ankomsttid, $t_a$	106
G.2.8	Stötvågshastighet, $U_s$	106
G.3	Samband enligt Baker (1985)	107
G.4	Samband enligt Kingery (1966)	111
G.5	Försöksdata från Goodman (1960)	118
<b>Bilaga H</b>	<b>Belastning på byggnad för explosion vid varierande avstånd</b>	<b>120</b>
H.1	Orientering	120
H.2	Bakgrund	120
H.3	Frågeställning	120
H.4	Vapeneffekt	120
H.5	Ekvivalent vapenlast	123
H.6	Slutkommentar	125
<b>Bilaga I</b>	<b>Tillståndsekvationen – Equation of state (EOS)</b>	<b>126</b>
I.1	Grundläggande ekvationer	126
I.2	Varför är tillståndsekvationen viktig att beakta?	129

### **Förord, rapport 2002**

Denna rapport behandlar uppkomsten av stötvågor orsakade av explosion, dess utbredning samt med vilken kraft den påverkar sin omgivning. Arbetet som presenteras här har utförts under perioden januari 2001 till oktober 2002.

Arbetet har följts av en referensgrupp i form av Björn Ekengren, Räddningsverket, och Leo Laine, Anker Zemer Engineering A/S, och ett stort tack riktas till dessa båda för deras aldrig sinande idériakedom och uppmuntran.

Göteborg, oktober 2002

Morgan Johansson

---

### **Förord, revidering 2012**

Denna publikation är en nyutgåva av rapporten Stötvågsutbredning i luft, Rapport B54-223/02, utgiven av Räddningsverket 2002. I samband med en allmän uppdatering av publikationer som Räddningsverket gett ut har en översiktlig revidering gjorts under hösten 2012. Sakinnehållet är dock detsamma som i underliggande rapport och fokus har legat på att rätta till samt snygga upp valda delar av innehållet.

Göteborg, oktober 2012

Morgan Johansson

---

## Sammanfattning

Ett skyddsrum/skyddscentral skall klara av olika typer av extrema belastningar. En sådan är påverkan av en detonerande sprängladdning på nära eller långt håll. Denna rapport behandlar uppkomsten av luftstöt vågor orsakade av en dylik explosion, stöt vågens utbredning samt med vilken kraft den påverkar sin omgivning.

Det grundläggande syftet med arbetet är att införskaffa samt dokumentera information om hur en luftstöt våg uppkommer, dess utbredning samt vad som händer med den då den träffar en byggnad. Vidare behandlar rapporten hur dessa parametrar behandlas för att bestämma den belastning som en luftstöt våg kan utgöra på en byggnad. En viktig mål har varit att åstadkomma en grundlig och pedagogisk dokumentation i ämnet som syftar till att fungera som en god grund för fortsatt arbete rörande den påverkan som en luftstöt våg kan ha på sin omgivning.

En betydande del av arbetet behandlar sambandet mellan olika stöt våg parametrar samt jämförelsen med häri härledda uttryck med samband givna i litteraturen. Särskild vikt har lagts vid att undersöka betydelsen av att betrakta luft som en ideal gas med konstant värmekapacitetskvot och det har av detta visat sig att dess variation med trycket får märkbar betydelse då trycket överstiger omkring 1000 kPa.

Vidare har bakgrunden till de empiriska samband som idag nyttjas i olika handböcker undersökts och bakomliggande utvärderingar har, där så varit möjligt, kritiskt granskats. Detta har frambringat en del inkonsekventa antaganden som gjorts i de ursprungliga utvärderingarna och har även höjt ett antal frågetecken rörande giltigheten hos valda delar av de empiriska samband som idag nyttjas.



## Beteckningar

### Romerska versaler

$A$	area
$E$	energiintensitet, energi, frigjord energimängd, elasticitetsmodul
$E_0$	energiintensitet hos ostörd luft
$E_r$	energiintensitet bakom reflekterad stöt vågsfront
$E_p$	potentiell energi
$E_k$	kinetisk energi
$F$	kraft
$H$	detonationshöjd
$I$	inkommande stöt våg
$K$	kompressionsmodul
$M$	Machtal
$M_{mach}$	Machtal hos Machvåg
$P$	tryck
$P_0$	tryck hos ostörd luft
$P_r^+$	reflekterat övertryck positiv fas
$P_s, P_s^+$	övertryck positiv fas
$P_s^-$	övertryck negativ fas
$P_{stag}$	tryck i stagnationspunkt
$R$	gaskonstant för luft (287 J/kg·K), reflekterande stöt våg
$R_m$	allmänna gaskonstanten
$T$	temperatur, skalad detonationshöjd
$U$	hastighet
$U_s$	stöt vågshastighet
$U_p$	partikelhastighet
$V$	volym
$W$	laddningsstorlek
$Y$	skalad Machvågshöjd
$Z$	skalat avstånd

### Romerska gemener

$c$	ljudhastighet
$c_p$	specifik värmekapacitet vid konstant tryck
$c_v$	specifik värmekapacitet vid konstant volym
$h$	entalpi
$i^+, i_s^+$	impulstäthet positiv fas
$i^-$	impulstäthet negativ fas
$i_r^+$	reflekterad impulstäthet positiv fas
$k$	värmekapacitetskvot för ostörd luft (= 1,4)
$m$	massa
$p$	rörelsemängd
$p_0$	tryck i ostörd luft
$q$	dynamiskt tryck, dynamisk vindlast
$r$	detonationsavstånd
$s$	sträcka, Machvågshöjd
$t$	tid
$t^+$	varaktighet positiv fas
$t^-$	varaktighet negativ fas
$t_a$	ankomsttid
$u$	hastighet
$v$	specifik volym
$v_0$	specifik volym hos ostörd luft
$x$	medium framför stöt våg
$y$	konstant, medium bakom stöt våg

## Grekiska tecken

$\alpha$	avklingningsfaktor, konstant, parameter av $Z$
$\beta, \beta'$	infallsvinkel
$\beta_{krit}$	kritisk infallsvinkel
$\gamma$	värme kapacitetskvot ( $\approx 1,4$ för luft)
$\delta$	reflektionsvinkel, deformation
$\Delta$	inkrementellt
$\varepsilon$	töjning
$\varepsilon_{vol}$	volymmetrisk töjning
$\Lambda$	reflexionskoefficient
$\mu$	kompression
$\nu$	tvärkontraktion
$\theta$	deflektionsvinkel
$\rho$	densitet
$\rho_0$	densitet hos ostörd luft
$\rho_r$	densitet bakom reflekterad stöt vågsfront
$\rho_s$	densitet bakom oreflekterad stöt vågsfront
$\sigma$	spänning

## Index

+	indikerar positiv fas
-	indikerar negativ fas
$0$	indikerar ostörd luft
$r$	indikerar reflekterad stöt våg
$s$	indikerar inkommande stöt våg
$x$	medium framför stöt våg
$y$	medium bakom stöt våg



## 1 Inledning

### 1.1 Bakgrund

Enligt Skyddsrumslagarna, Räddningsverket (1998), skall ett skyddsrum klara av att motstå belastningen från ”verkan av en tryckvåg motsvarande den som åstadkoms av en 250 kg minbomb med 50 viktprocent TNT som briserar i det fria 5,0 m från skyddsrummets utsida”. Detta är ett av flera krav som ställs på ett svenskt skyddsrum förmåga att motstå yttre belastning. Denna last är en definierad baslast som bedömts kunna utgöra grunden för de explosionslasterna som verkar på ett skyddsrum. Orsaken till just detta val härrör från riskanalyser där det antagits att totalt ett ton bomber (tillsammans innehållande 500 kg TNT) fälls på ett hektar (100 x 100 m<sup>2</sup>) stort område. Avståndet 5 meter har därefter tillsammans med en vald acceptans för träffsannolikhet, bestämt tillåten storlek på de skyddsrum som får uppföras i enlighet med Skyddsrumslagarna.

För att förstå bakgrunden till dessa krav är det dock nödvändigt att ha större kunskaper om vad som ligger bakom de belastningar som orsakas av en explosion. Med anledning av detta har Räddningsverket gett Reinertsen AB i uppdrag att göra en grundläggande studie där bakgrunden och orsakerna till luftstöt vågens beteende och lastpåverkan på sin omgivning utreds och kartläggs grundligt.

Det föreligger en risk att en betydande del av den kunskap som under årens lopp införskaffats rörande explosionslasterna och luftstöt vågens beteende går förlorad i samband med att viktiga nyckelpersoner av en eller annan anledning försvinner från sin tidigare tjänst. Med detta som bakgrund blir det därför av än större betydelse att på ett tidigt stadium söka samla in den kunskap som finns samt att dokumentera den på ett sådant sätt att andra personer, med rimlig insats, kan ta till sig denna och nyttja den om så erfordras.

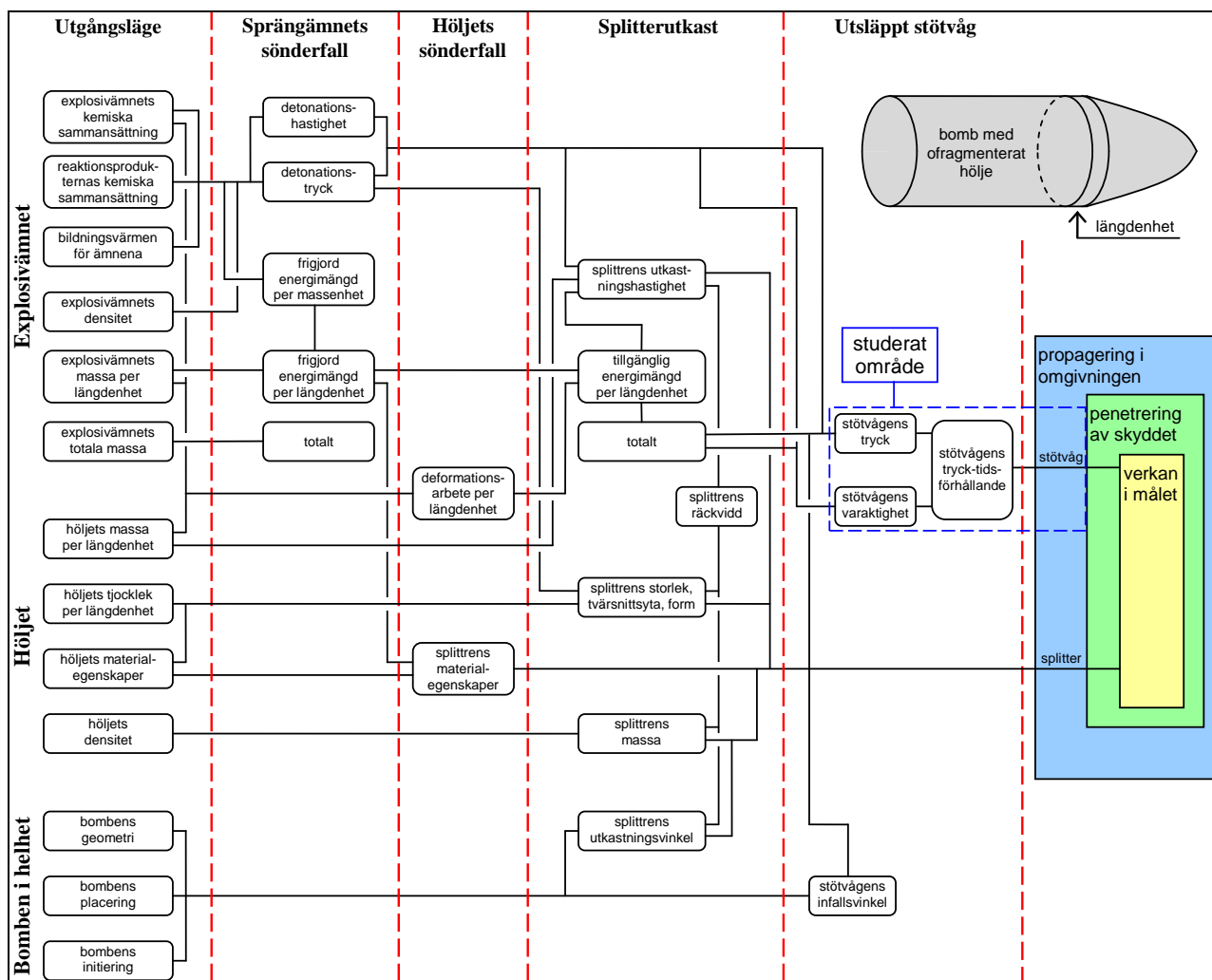
### 1.2 Syfte och målsättning

Det grundläggande syftet med arbetet är att införskaffa samt dokumentera information om hur en luftstöt våg uppkommer, dess utbredning samt vad som händer med den då den träffar en byggnad. Vidare ämnar studien behandla hur dessa parametrar vanligen behandlas för att bestämma den belastning som en luftstöt våg kan utgöra på en byggnad.

En viktig uppgift i detta arbete är att åstadkomma en grundlig och pedagogisk dokumentation i ämnet, för att därigenom underlätta bevarandet av denna kunskap för framtida bruk. Arbetet syftar vidare till att kunna fungera som en god grund för fortsatta studier rörande den påverkan som en luftstöt våg kan ha på sin omgivning.

## 1.3 Explosionsförloppet och dess effekter – orientering

I detta arbete behandlas bebyggelsens luftstövåg från en explosion. En explosion och de effekter den ger upphov till är ett komplext fenomen som kräver beaktande av många olika delar för att ge en fullständig bild av vad som sker. I Figur 1.1 illustreras schematiskt vad som inträffar vid en explosion – från antändning och detonation av sprängämnet till dess att en utsatt byggnad utsetts för en kombination av stövåg och splitter från explosionen. Som framgår av figuren finns det ett stort antal olika delar att behärska för att fullständigt förstå hela explosionsförloppet och dess effekter och delar som behandlas i denna rapport är markerade.



Figur 1.1 Schematisk illustration av vad som händer vid detonation av en bomb. Det område som har studerats i denna publikation har markerats i figuren.

### 1.4 Begränsningar

Som kort berörs i bakgrunden i avsnitt 1.1 så består den yttre hotbilden, orsakad av vapenlast, mot ett skyddsrum/skyddscentral av flera olika lasttyper. Dessa kan grovt delas upp i nedanstående huvuddelar

- luftstöt våg
- markstöt våg
- splittrerverkan

Av dessa behandlas i den här rapporten endast luftstöt våg. Inverkan av övriga två belastningstyper ingår inte i det här presenterade arbetet varför läsaren istället hänvisas till exempelvis Laine (2012) respektive Leppänen (2012).

Till luftstöt vågens inverkan på sin omgivning kan även tillföras den sekundära effekten av nedfallande rasmassor från omkringliggande byggnader. Normala bostads- eller kontorshus är vanligtvis inte dimensionerade för att motstå den typ av belastning som en explosion kan innebära. Vid dimensionering av skyddsrum/skyddscentraler antas därför att omkringliggande byggnader kan rasa och därmed utgöra ytterligare hot mot det uppförda skyddet. Arbetet i denna rapport begränsar sig dock till att enbart behandla luftstöt vågen som sådan och dess inverkan på en drabbad byggnad berörs därför inte här. För en begränsad studie av stöt vågens och rasmassornas inverkan hänvisas dock till Johansson (1999).

## 2 Grundläggande information

### 2.1 Vad är en stöt våg?

En stöt våg karakteriseras av en våg med en mycket distinkt vågfront som rör sig genom ett medium i överljudshastighet där vågfronten utgör gränsen mellan ett mer eller mindre diskret hopp i tryck, temperatur samt densitet hos det aktuella mediet. Uppförandet hos en stöt våg skiljer sig därmed väsentligt jämfört med det för en akustisk ljudvåg. Den senare beskriver spridningen av en infinitesimal liten tryckstörning, vilken utbreder sig med ljudets hastighet. En stöt våg däremot, kan utgöra en kraftig störning gentemot sitt omgivande medium och rör sig i överljudshastighet som kan vara flera gånger större än den för en akustisk våg.

Att betrakta en stöt våg som en stark akustisk våg är dock felaktigt. Utbredningen av en stöt våg beskrivs av olinjära differentialekvationer och stöt vågen betecknas därför som en olinjär våg. Detta innebär bland annat att de familjära lagarna om superposition och reflektion som gäller för den linjära akustiska ljudvågen (beskriven av linjära differentialekvationer) inte kan tillämpas. Vid exempelvis en rätvinklig reflektion, där trycket hos en akustisk våg dubblas, kommer det för en stöt våg istället medföra en avsevärt större tryckökning. En akustisk våg kan, enligt Courant och Friedrichs (1948), istället tolkas som en mycket svag stöt våg, varför den linjära akustiska vågen kan sägas utgöra ett specialfall av den olinjära stöt vågen. Således kommer en stöt våg som försvagas tillräckligt mycket övergå till ett uppförande som är detsamma som för en vanlig akustisk ljudvåg.

### 2.2 Hur uppstår en stöt våg?

#### 2.2.1 Allmänt

En stöt våg uppstår vid en plötslig energifrigörelse, vars källa exempelvis kan vara en explosion eller en kraftig stöt. Det är dock inte nödvändigt med sådana exceptionella skeenden som explosioner för bildandet av en stöt våg. Istället kan en sådan fås av betydligt vardagligare händelser. Enligt Ben-Dor *et al.* (2001) är den vanligaste naturliga orsaken till uppkomsten av en stöt våg ett vanligt blixtnedslag. Den energi som frigörs i detta ger upphov till en tryckvåg i luften och då tryckvågen överskrider ljudhastigheten erhålls en såkallad ljudbang vilket åhöraren uppfattar som ett åskmuller. Andra exempel från vardagen kan vara det skarpa ljud som kan uppstå från en piska eller av hackandet från en vanlig bensinmotor i en bil. Flertalet av ovanstående exempel ligger dock utanför omfattningen för det här arbetet och den här rapporten begränsas därför till att beskriva stöt vågor orsakade av explosioner.

#### 2.2.2 Definition av explosion

En vanligen förknippad orsak till bildandet av en stöt våg är en explosion av något slag. En explosion karakteriseras av en plötslig expansion av materia till en mycket större volym än den ursprungliga. Enligt FortH 2 (1991) innebär en explosion en fysikalisk eller kemisk tillståndsförändring hos ett material, vilket ger upphov till en plötslig omvandling av potentiell energi till mekaniskt arbete. Detta kan exempelvis utgöras av en starkt komprimerad gas i ett bristande tryckkärl eller av de gaser som bildas då ett sprängämne detonerar. På grund av den betydande



tryckskillnaden önskar gasen sprida sig över en större volym vilket ger upphov till ett mekaniskt arbete då den omkringliggande luften tvingas undan. Det skiljs således på olika typer av explosioner där de ovan nämnda benämns som fysisk (bristande tryckkärl) respektive kemisk (detonerande gas) explosion. Utöver dessa existerar även nukleära explosioner, vilket orsakas av kärnladdningar. Nedan behandlas dock endast kemiska explosioner.

För att en dylik energifrigörelse skall vara möjlig i en kemisk explosion krävs att det exploderande ämnet uppnår sin antändningstemperatur. Detta kan ske på flera sätt, exempelvis med hjälp av en sprängpatron eller då ämnet utsätts för en kraftig stöt. När explosionen initierats kan den fortskrida på två sätt - genom deflagration eller detonation. Deflagration innebär att omgivande medium antänds av den temperaturökning som erhålls då närliggande material förbränns. En sådan spridning genom det exploderande materialet sker i underljudshastighet och resulterar i en lågexplosiv explosion. Den andra antändningsmöjligheten, detonation, karakteriseras av att spridningen sker i överljudshastighet, vilket resulterar i ett mycket snabbt förlopp och en högexplosiv explosion. I allmänhet kan tidsskalan för en detonation räknas i mikrosekunder medan den i en deflagration inträffar i millisekunder. Antändningen av ett gasmoln är ett exempel på deflagration. I praktiska tillämpningar är ett dylikt förlopp önskvärt för att slunga iväg en projektil i ett gevärslöpp eftersom det vid en detonation föreligger risk att gevärspipan brister. En detonation är dock önskvärd då syftet är att tillfoga omgivningen så stor skada som möjligt och explosioner orsakade av sprängämnen, såsom TNT, är exempel på detta. Om inget annat anges syftar benämningen explosion, i den här rapporten, på en detonerande explosion.

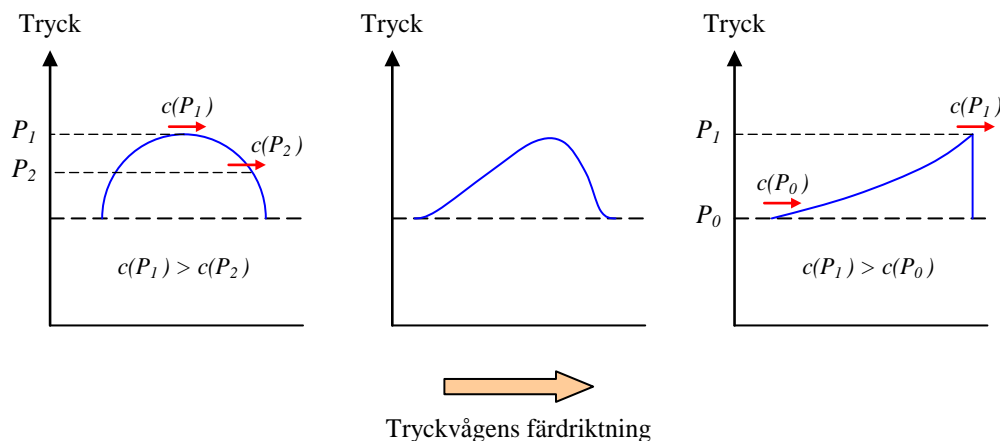
Magnituden hos en explosion anges i den energimängd som släpps fri. Energimängden mäts i enheten Joule men av praktiska skäl kan det vara mer informativt att uttrycka explosionens styrka i form av en mer tillämplig enhet. Ett allmänt accepterat måttvärde är den energimängd som utlöses vid en detonation av 1 kg TNT vilket, enligt Kinney och Graham (1985), motsvarar en energimängd på 4610 kJ. I det följande anges därför mängden TNT som mått på explosionens styrka. En kärnladdning innehåller dock en sådan stor energimängd att det blir praktiskt olämpligt att ange dess styrka i kg TNT. I dessa fall anges istället sprängstyrkan vanligen med enheten kiloton TNT, dvs i enheter om 1000 ton TNT.

### 2.2.3 Bildandet av en stötvåg

En explosion i luft ger upphov till en kompakt gas med stort energiinnehåll som under högt tryck tvingar tillbaka den omgivande atmosfären. Denna plötsliga expansion ger upphov till en stötvåg som i överljudshastighet rör sig ut från explosionens centrum. Omedelbart bakom stötvågsfronten finns en region där tryck, temperatur, densitet samt luftpartiklarnas hastighet kan vara markant högre än i den omgivande luften. Var eftersom stötvågen avlägsnar sig från explosionens källa, avtar dock energiintensiteten i den påverkade volymen vilket leder till att ovanstående parametrar snabbt återgår till sitt ursprungliga läge. Undantaget är temperaturen som erhåller en viss höjning på grund av den ökande entropin där stötvågen dragit fram.

För att illustrera bildandet av en stötvåg utgås i Figur 2.1 från en tryckpuls av godtycklig form. Olika delar av denna tryckpuls förflyttar sig framåt i olika hastigheter, där hastigheten hos varje del är densamma som ljudhastigheten i det aktuella mediet. Denna ökar med ökande tryck vilket innebär att då stor tryckvariation råder i pulsen kommer hastigheten  $c$  hos olika delar skilja sig betänkligt. Delar med högt tryck rör sig snabbare än delar med lägre tryck, vilket resulterar i att en ökande stigning av pulsens front utvecklas. Då pulsen vandrat en viss sträcka leder detta till att en

närmast diskontinuerlig vågfront bildas - en så kallad stötvågsfront. Hastigheten hos stötvågsfronten motsvarar den ljudhastighet som hör samman med frontens tryck. Då frontrycket är högre än det normala lufttrycket (och därmed innehar en högre ljudhastighet) uppfattas dock vågfronten som att den rör sig i överljudshastighet. På motsvarande sätt som stötvågsfronten bildas, kommer tryckpulsens avlastningsdel att bli flackare var eftersom avståndet mellan pulsens hög- och lågtrycksdelar ökar. De delar av tryckvågen som har ett lägre tryck färdas långsammare än de med högre tryck och dessa delar kommer därför "släpa efter" i tryckpulsens utbredning.

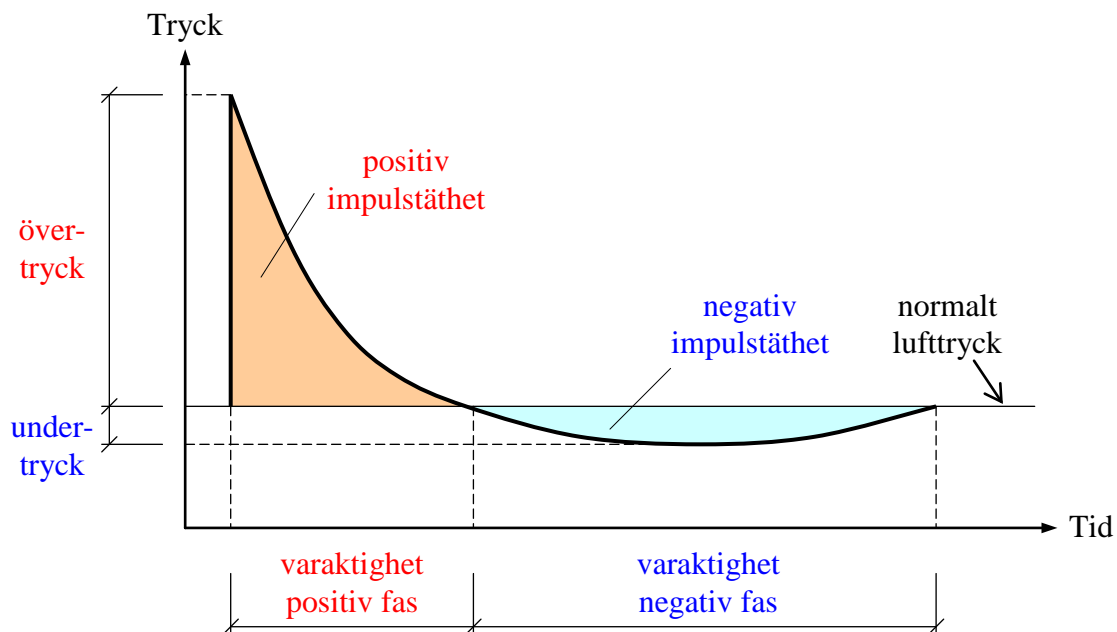


Figur 2.1 Schematisk bild av bildandet av en stötvåg från en godtyckligt formad tryckpuls. Baserad på Kinney och Graham (1985).

### 2.3 Hur uppfattas en stötvåg?

En stötvågs påverkan på omgivningen beror framförallt på det utlösande energiinnehållet samt av avståndet från explosionens källa. Att rakt av nyttja dessa parametrar för att beskriva styrkan hos en stötvåg är dock praktiskt olämpligt. Vid dimensionering av en konstruktion önskas istället mer detaljerad information om den last som kommer verka på den, varför storheter såsom övertryck, undertryck, varaktighet samt impulstäthet används. Figur 2.2 visar en principiell tryck-tidskurva hos en ideal stötvåg där dessa storheter presenteras. En mer genomgående beskrivning av dessa ges i kapitel 4. Allmänt kan dock sägas att en ökande energimängd i explosionen leder till högre tryck och större impulstäthet. Dessa båda parametrar minskar dock med ökande avstånd från explosionskällan medan varaktigheten ökar med ökande avstånd.

Vid betraktelse av dessa storheter är det av vikt att beakta såväl övertryck som impulstäthet. I statiska byggnadssammanhang är det normalt endast lastens maximala storlek som är av intresse. En stötvåg är dock ett högst dynamiskt fenomen där väldigt höga lastvärden verkar under en mycket begränsad tidsperiod. Exempelvis kan konstateras att det maximala övertrycket från 125 kg TNT som detonerar på ett avstånd av 5 meter från en byggnad ger upphov till en tryckpuls vars maxvärde är 100 gånger större än den ekvivalenta statiska last som ett svenskt skyddsrum dimensioneras för, se Johansson (2000). Lastens varaktighet är dock mycket kort och inom endast 3 ms har den åter minskat till en nivå nära noll. Därmed blir det något felaktigt att endast tala om maximala lastnivåer då verkan av en stötvåg beskrivs. För att även beakta lastens högst väsentliga varaktighet är det därför ofta betydligt mer informativt att nyttja impulsbegreppet i kombination med maximalt övertryck.



Figur 2.2 Principiell bild av ett typiskt tryck-tidssamband för en luftstötvtåg vid fri avlastning.

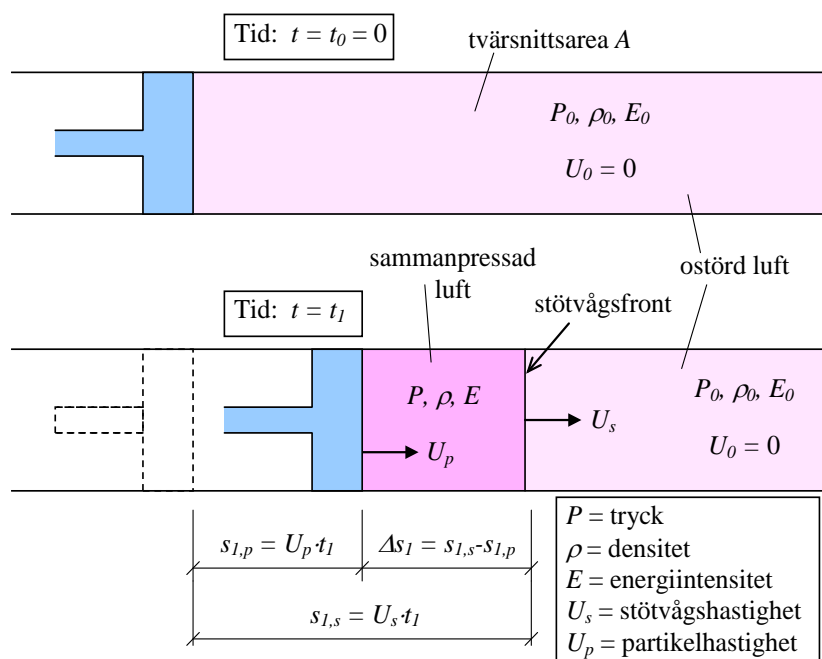
Sambandet mellan sprängstyrka och avstånd samt nämnda stötvtågsstorheter är besvärliga att ta fram och få normalt med hjälp av empiriska samband även om de också kan beräknas med numeriska metoder. Sådana empiriska samband behandlas vidare i avsnitt 4.3 samt i Bilaga G. I denna rapport hänvisas på flera ställen till bland annat ConWep (1992) vilket är ett program, sammanställt av det amerikanska försvaret, som innehåller dylika empiriska samband.

### 3 Matematiska samband

#### 3.1 Utbredning av en stöt våg

##### 3.1.1 Orientering

Såsom nämns i avsnitt 2.1 skiljer sig stöt vågens utbredning väsentligt jämfört med den för en akustisk ljudvåg. Det är dock möjligt att teckna ett samband mellan sådana parametrar som stöt vågens utbredningshastighet, energiinnehåll, densitet, tryck samt partikelhastighet med nyttjande av termodynamik. Det här avsnittet behandlar de bakomliggande termer som ligger till grund för stöt vågens utbredning. För att underlätta förståelsen introduceras de med ett illustrativt exempel som beskriver sambandet mellan de olika parametrarna.



Figur 3.1 Schematisk bild av gasfylld tub vid generering av en stöt våg. Baserad på Meyers (1994).

Utgå från en tub med konstant tvärsnittsarea, figur 3.1, vilken är fylld med en gas med tryck  $P_0$ , densitet  $\rho_0$  samt energiintensitet  $E_0$  (energiintensiteten kan, vilket beskrivs mer ingående i bilaga A, även tolkas som en temperatur  $T_0$ ). Vidare antas att gaspartiklarnas hastighet  $U_0$  ursprungligen är noll. I tubens ena ände finns en rörlig kolv som vid tiden  $t = t_0 = 0$  är stillastående. Därefter sätts dock kolven i rörelse med en konstant hastighet  $U_p$ . Gasen framför kolven sätts då i rörelse och en tryckvåg, förflyttandes med en hastighet  $U_s \geq U_p$ , rör sig framåt i tuben. Efter tiden  $t = t_1$  har kolven förflyttats sträckan  $s_{l,p} = U_p \cdot t_1$  medan den frambringade tryckvågen har tagit sig sträckan  $s_{l,s} = U_s \cdot t_1$ . Trycket, densiteten samt energiintensiteten som befinner sig i den hoptryckta regionen  $\Delta s_l = s_{l,s} - s_{l,p}$  har därigenom ändrats till  $P$ ,  $\rho$  respektive  $E$ . Framför den framrusande tryckvågen är gasen dock fortfarande opåverkad varför dess egenskaper är oförändrade. Vågfronten kan således uppfattas som ett plan vilket separerar rörlig och stillastående gas i en tub med en rörlig kolv.

Utgående från ovanstående beskrivning kan nu konserverandet av massa, rörelsemängd samt energi ställas upp för den hoptryckta regionen enligt avsnitt 3.1.2 till avsnitt 3.1.4.

### 3.1.2 Konservering av massa

Lagen om konserverande massa säger att massan förblir konstant, dvs. att massan i ett givet område förblir densamma före och efter det att en störning, såsom en stötståg, passerat området. En uppställning av den hoptryckta regionen, med beteckningar enligt figur 3.1, blir då

$$m_{före} = m_{efter} \quad (3.1)$$

med nyttjande av densiteten  $\rho$  och volymen  $V$  kan massan  $m$  dock skrivas om som

$$\rho_0 V_0 = \rho V \quad (3.2)$$

vilket kan vidareutvecklas till

$$\rho_0 \cdot A s_{1,s} = \rho \cdot A \Delta s_1 \quad (3.3)$$

$$\rho_0 \cdot A \cdot U_s t_1 = \rho \cdot A \cdot (U_s - U_p) t_1 \quad (3.4)$$

Förkortning med arean  $A$  och tiden  $t_1$  på båda sidor resulterar slutligen i att

$$\boxed{\rho_0 U_s = \rho (U_s - U_p)} \quad (3.5)$$

vilket är ett allmänt vedertaget uttryck för massans bevarande.

### 3.1.3 Konservering av rörelsemängd

Rörelsemängd  $p$  definieras som produkten av massa och hastighet. Vid en stöt nyttjas dock även begreppet impuls vilket beskriver det tillskott i rörelsemängd som fås vid en kortvarig stöt. Konserverandet av rörelsemängden kan således tecknas som

$$p_{före} = p_{efter} \Rightarrow m_{före} v_{före} + \Delta F \cdot \Delta t = m_{efter} v_{efter} \quad (3.6)$$

Med nyttjande av beteckningar enligt figur 3.1 fås då

$$\rho_0 A U_s t_1 \cdot U_0 + (P - P_0) A \cdot (t_1 - t_0) = \rho A (U_s - U_p) t_1 \cdot U_p \quad (3.7)$$

Med insättande av att  $U_0 = 0$ ,  $t_0 = 0$  samt förkortning med arean  $A$  och tiden  $t_1$  fås

$$(P - P_0) = \rho (U_s - U_p) U_p \quad (3.8)$$

och med nyttjande av ekvation (3.5) kan detta slutligen skrivas som

$$\boxed{(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p} \quad (3.9)$$

### 3.1.4 Konservering av energi

Lagen om konserverande energi anger att arbetet av yttre krafter skall vara lika med ändringen i den potentiella och kinetiska energin. Detta kan uttryckas som

$$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k \quad (3.10)$$

där  $\Delta E$  representerar ett eventuellt energitillskott där  $\Delta E_p$  samt  $\Delta E_k$  betecknar ändring i potentiell respektive kinetisk energi. Dessa termer kan tecknas som

$$\Delta E = F \cdot \delta \quad (3.11)$$

$$\Delta E_p = (E \cdot m)_{\text{efter}} - (E \cdot m)_{\text{före}} \quad (3.12)$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(mv^2)_{\text{efter}} - \frac{1}{2}(mv^2)_{\text{före}} \quad (3.13)$$

där  $F$  och  $\delta$  motsvarar kolvens tryckande kraft respektive en förflyttning  $S_{l,p} = U_p t_l$  av kolven. Totalt kan energins bevarande således uttryckas som

$$\begin{aligned} PA \cdot U_p t_l &= \\ &= [E \cdot \rho A (U_s - U_p) t_l - E_0 \cdot \rho_0 A U_s t_l] + \frac{1}{2} [\rho A (U_s - U_p) t_l \cdot U_p^2 - \rho_0 A U_s t_l \cdot U_0^2] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Med nyttjande av att  $U_0 = 0$  samt förkortning med  $A$  och  $t_l$  på båda sidor så fås

$$PU_p = E\rho(U_s - U_p) - E_0\rho_0 U_s + \frac{1}{2}\rho(U_s - U_p)U_p^2 \quad (3.15)$$

Nyttjande av uttrycket för konserverande massa, ekvation (3.5), ger dock att

$$PU_p = E\rho_0 U_s - E_0\rho_0 U_s + \frac{1}{2}\rho_0 U_s U_p^2 = \rho_0 U_s (E - E_0) + \frac{1}{2}\rho_0 U_s U_p^2 \quad (3.16)$$

Detta uttryck kan förenklas ytterligare till en vanligen använd form, där skillnaden i energiintensiteterna  $E$  och  $E_0$  uttrycks som funktion av de inblandade trycken  $P$  och  $P_0$  samt tillhörande densiteter  $\rho$  och  $\rho_0$ . Skriv om ekvation (3.16) till

$$E - E_0 = \frac{PU_p}{\rho_0 U_s} - \frac{1}{2}U_p^2 \quad (3.17)$$

och uttryck hastigheterna  $U_p$  och  $U_s$  som funktion av tryck  $P$  och densitet  $\rho$ . Konserverande av rörelsemängden, ekvation (3.8), kan skrivas om till

$$U_p = \frac{P - P_0}{\rho(U_s - U_p)} \quad (3.18)$$

vilket i kombination med bevarandet av massan, ekvation (3.5), ger att

$$U_p = \frac{P - P_0}{\rho_0 U_s} \quad (3.19)$$

Sätt in ekvation (3.19) i ekvation (3.17) och erhåll

$$E - E_0 = \frac{P(P - P_0)}{\rho_0^2 U_s^2} - \frac{1}{2} \frac{(P - P_0)^2}{\rho_0^2 U_s^2} = \frac{1}{2\rho_0^2 U_s^2} (P^2 - P_0^2) \quad (3.20)$$

Återstår att uttrycka stötvågshastigheten  $U_s$  i termer av  $\rho$  och  $P$ . Ekvation (3.5) kan skrivas om som

$$U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} U_p \quad (3.21)$$

vilket kombinerat med ekvation (3.19) resulterar i

$$U_s^2 = \frac{\rho}{\rho_0(\rho - \rho_0)} (P - P_0) \quad (3.22)$$

Med insättande av detta i ekvation (3.20) fås

$$E - E_0 = \frac{1}{2} \frac{\rho_0(\rho - \rho_0)}{\rho} \frac{1}{\rho_0^2} \frac{P^2 - P_0^2}{P - P_0} \quad (3.23)$$

vilket kan förkortas till

$$\boxed{E - E_0 = \frac{1}{2} (P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho}} \quad (3.24)$$

Ekvation (3.24) kan förenklas ytterligare till

$$E - E_0 = \frac{1}{2} (P + P_0) \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \quad (3.25)$$

vilket tillsammans med definition på specifik volym

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (3.26)$$

även kan uttryckas som

$$E - E_0 = \frac{1}{2} (P + P_0) (v_0 - v) \quad (3.27)$$

Ekvation (3.24) och ekvation (3.26) är vanliga uttryck för att beskriva energins bevarande och är även kända som Rankine-Hugoniotekvationen. Detta uttryck utgör en viktig grund för bestämning av stötvågsp parametrarnas storheter och behandlas mer utförligt i avsnitt 3.1.6.

## 3.1.5 Tillståndsekvationen - Equation of State (EOS)

I avsnitt 3.1.1 till avsnitt 3.1.4 har totalt fem stöt våg parametrar introducerats (sex om densitet och specifik volym särskiljs). Uttrycken för bevarandet av massa, rörelsemängd och energi ger tillsammans tre ekvationer där dessa parametrar kan relateras till varandra. För att information om en given parameter skall räcka för att ta fram övriga stöt våg parametrar krävs dock ytterligare en ekvation.

Det samband som uppfyller detta behov benämns som tillståndsekvationen och uttrycks ofta som ett samband mellan tryck och densitet, alternativt mellan stöt vågshastighet och partikelhastighet (vanligt för metaller, se Meyers (1994)). Tillståndsekvationen benämns ofta i enlighet med sin engelska förkortning EOS, vilket står för *Equation of State*. I den här rapporten används dock företrädesvis benämningen tillståndsekvation. Begreppet EOS berörs vidare i Bilaga I.

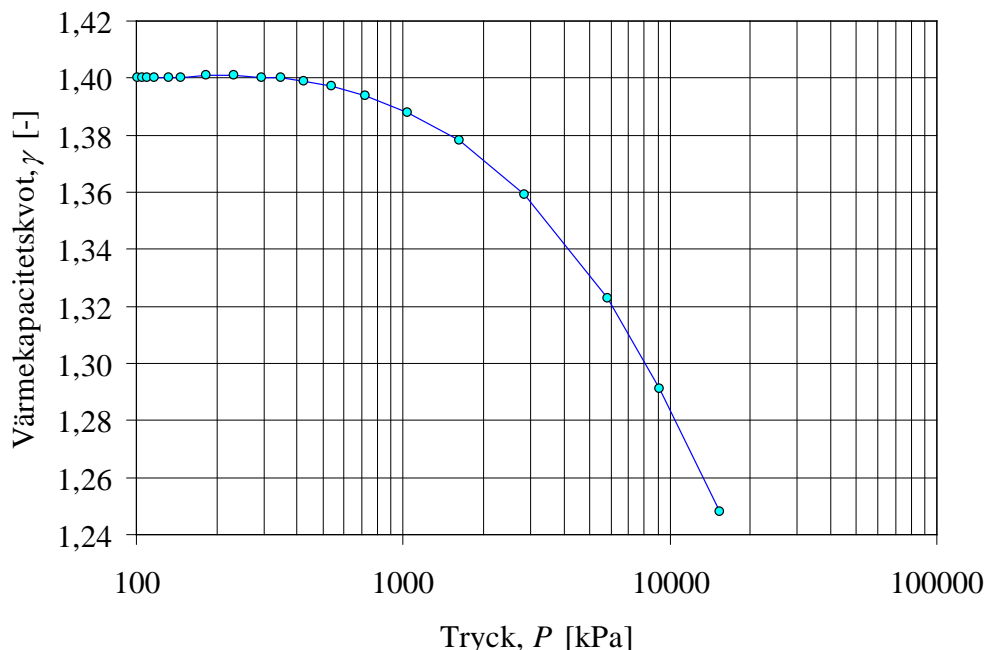
För luft är det vanligt att nyttja sambandet för en ideal gas

$$P = \rho RT \tag{3.28}$$

där  $R$  och  $T$  betecknar den allmänna gaskonstanten respektive temperaturen. Med användning av uttrycket för entalpi, se Bilaga A, kan detta sedan skrivas om som

$$P = (\gamma - 1)E\rho \tag{3.29}$$

där  $\gamma$  betecknar gasens värmekapacitetskvot, se figur 3.2.



Figur 3.2 Lufts värmekapacitetskvot  $\gamma$  som funktion av trycket (normalt lufttryck  $P_0$  vid  $15^\circ\text{C}$  är omkring 101,3 kPa). Värderna är hämtade från ConWep (1992) och ges även i tabellformat i Bilaga B.



Värmekapacitetskvoten för luft sätts ofta till ett konstant värde  $\gamma = 1,4$  och definieras som

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.30)$$

där  $c_p$  och  $c_v$  är specifik värmekapacitet vid konstant tryck respektive vid konstant temperatur. Egentligen varierar  $\gamma$  med trycket men ovanstående konstanta värde är dock en fullt godtagbar approximation förutsatt att trycket inte är för högt. I figur 3.2 illustreras hur  $\gamma$  varierar med trycket och av detta framgår att  $\gamma$  vid ett tryck av 1000 kPa minskat till omkring 1,39 och att den vid högre tryck minskar ytterligare. Inverkan av att approximativt sätta  $\gamma = 1,4$  oberoende av tryck, tas delvis upp i de följande avsnitten men behandlas framförallt i Bilaga C.

### 3.1.6 Rankine-Hugoniotekvationen

De i avsnitt 3.1.4 härledda uttrycken för energins bevarande beskriver sambandet mellan trycket  $P$  och densiteten  $\rho$ . Dessa uttryck härrör från stöt vågsvetenskapens barndom och utgör grundläggande information för utbredandet hos en stöt våg. Rankine-Hugoniotekvationen presenteras ofta i form av tryck som funktion av densitet eller specifik volym. Med nyttjande av ekvation (3.24) och (3.27) kan detta samband tecknas som

$$P = P_0 \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} \quad (3.31)$$

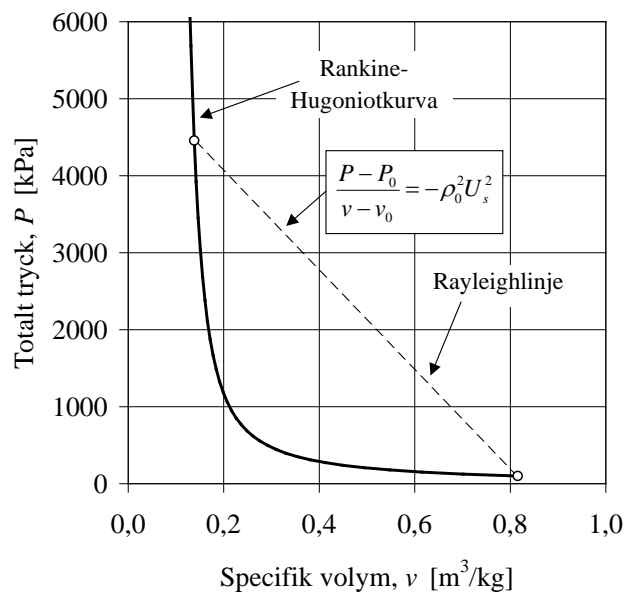
eller vid kombination med ekvation (3.26) som

$$P = P_0 \frac{(\gamma + 1)v_0 - (\gamma - 1)v}{(\gamma + 1)v - (\gamma - 1)v_0} \quad (3.32)$$

Här används dock det senare uttrycket i den fortsatta betraktelsen. Genom nyttjande av ekvation (3.26) kan ekvation (3.31) skrivas om till

$$\frac{P - P_0}{v - v_0} = -\rho_0^2 U_s^2 \quad (3.33)$$

vilket motsvarar den så kallade Rayleighlinjen. Denna beskriver hur tillståndet hos ett medium ändrar sig då en stöt vågsfront drar fram genom det. Ändringen sker diskontinuerligt och det är viktigt att påpeka att tryckändringen inte följer Rankine-Hugoniotkurvan. Istället sker en stötvis ändring av tryck och specifik volym från det ursprungliga  $P_0$  och  $v_0$  till tillståndet  $P$  och  $v$  alldeles bakom stöt vågsfronten. Detta illustreras i figur 3.3 där  $\gamma = \gamma(P)$ . Härur framgår att för högre tryckändringar så ökar även Rayleighlinjens lutning och därmed även erforderlig stöt vågshastighet  $U_s$ . I exemplet ökar trycket från  $P_0 \approx 101$  kPa till  $P = 4460$  kPa under det att den specifika volymen minskar från  $v_0 = 0,816$  till  $v = 0,138$  m<sup>3</sup>/kg. Erforderlig stöt vågshastighet kan från dessa uppgifter bestämmas via ekvation (3.31) till  $U_s = 2070$  m/s då det är känt att densiteten för ostörd luft är (vid en temperatur  $T = 15$  °C)  $\rho_0 = 1,226$  kg/m<sup>3</sup>.



Figur 3.3 Rankine-Hugoniotkurva för luft i enlighet med ekvation (3.33) när  $\gamma = \gamma(P)$ . Rayleighlinjen beskriver den tillståndsförändring som sker över stötvågsfronten.

### 3.1.7 Stötvågsfrontens tjocklek

Stötvågsfronten utgör en närmast diskret gräns över vilken bland annat tryck och temperatur gör ett plötsligt hopp. I figur 2.2 symboliseras detta av att stigtiden, dvs. den tid det tar för trycket att öka från ursprungstrycket  $P_0$  till det maximala trycket  $P_0 + P_s^+$ , är satt till noll. I verkligheten sker denna förändring dock över ett visst tidsintervall, motsvarande den tid det tar för stötvågen att ta sig fram en sträcka lika med stötvågsfrontens tjocklek. Stötvågsfronten är dock mycket tunn och kan enligt Kinney och Graham (1985) tecknas som

$$t_{\text{stötvågsfront}} = \frac{11 + 7M_s}{\rho_0(M_s - 1)} \cdot 10^{-8} \text{ [m]} \quad (3.34)$$

där  $M_s$  är stötvågshastigheten uttryckt som ett Machtal (se Bilaga E för definition av Machtal) och  $\rho_0$  är densiteten i den ostörda luften framför stötvågen. Detta innebär att för ett Machtal  $M_s = 2$  blir stötvågsfrontens tjocklek mindre än omkring  $0,25 \mu\text{m}$  vilket i sin tur leder till en stighastighet av magnitud  $4 \cdot 10^{-4} \mu\text{s}$ . Med en sådan kort stigtid blir det också fullt naturligt att betrakta stötvågsfronten som en diskontinuitet där tryck, temperatur och densitet genomgår en plötslig förändring.

## 3.2 Samband mellan stötvågsparametrar

Utgående från de ekvationer som tecknats i avsnitt 3.1 är det möjligt att uttrycka samtliga stötvågsparametrar som funktioner av övriga parametrar. Härledningar av dessa uttryck redovisas i Bilaga B och sammanfattas i tabell 3.1 och 3.2. I Bilaga B tabelleras även aktuell värmekapacitetskvot  $\gamma$  för respektive stötvågsparameter. Här redovisas även egenskaperna för ostörd luft.

**Tabell 3.1** Uttryck för beräkning av tryck  $P$ , densitet  $\rho$  samt kompression  $\mu$ . Samtliga samband finns härledda i Bilaga B.

Nr.	Parametrar	Uttryck
<b>Tryck, <math>P</math></b>		
(1)	$P = P(\rho)$ <sup>(1)</sup>	$P = \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0$
(2)	$P = P(U_s)$	$P = \left( 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right) P_0$
(3)	$P = P(U_p)$	$P = P_0 + \rho_0 U_p \left( \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \right)$
(4)	$P = P(E)$	$P = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2 (E - E_0)^2 + 4(\gamma - 1)E \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2}$
<b>Densitet, <math>\rho</math></b>		
(5)	$\rho = \rho(P)$	$\rho = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P} \rho_0$
(6)	$\rho = \rho(U_s)$	$\rho = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_s^2}{2\gamma P_0 + (\gamma - 1)\rho_0 U_s^2}$
(7)	$\rho = \rho(U_p)$	$\rho = \frac{a}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} \right) \quad \text{där} \quad a = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_p^2 + 4\gamma \rho_0 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0}$ $b = \frac{2\gamma \rho_0^2 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0}$
(8)	$\rho = \rho(E)$	$\rho = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2 (E - E_0)^2 + 4 \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2(\gamma - 1)E}$
<b>Kompression, <math>\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1</math></b>		
(9)	$P = P(\mu)$ <sup>(1)</sup>	$P = \frac{2 + \mu(\gamma + 1)}{2 - \mu(\gamma - 1)} P_0$
(10)	$\mu = \mu(P)$	$\mu = \frac{2(P - P_0)}{P(\gamma - 1) + P_0(\gamma + 1)}$

<sup>(1)</sup> Nyttjande av  $\gamma = 1,4$  ger singular lösning för starka stötvågor, se även Bilaga C.

## Luftstötövåg

Tabell 3.2 *Uttryck för beräkning av stötövågshastighet  $U_s$ , partikelhastighet  $U_p$  samt energiintensitet  $E$ . Samtliga samband finns härledda i Bilaga B.*

Ekv.	Parametrar	Uttryck
<b>Stötövågshastighet, <math>U_s</math></b>		
(11)	$U_s = U_s(P)$	$U_s = \sqrt{\frac{(\gamma + 1)(P - P_0) + 2\gamma P_0}{2\rho_0}}$
(12)	$U_s = U_s(\rho)$	$U_s = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho}} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}$
(13)	$U_s = U_s(U_p)$	$U_s = \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$
(14)	$U_p = U_p(E)$	$U_s = \sqrt{\frac{P^2 - P_0^2}{2\rho_0^2(E - E_0)}} \quad \text{där } P = P(E) \text{ enligt nr (4)}$
<b>Partikelhastighet, <math>U_p</math></b>		
(15)	$U_p = U_p(P)$	$U_p = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \cdot \frac{(P - P_0)^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}}$
(16)	$U_p = U_p(\rho)$ <sup>(1)</sup>	$U_p = \sqrt{\frac{2\gamma(\rho - \rho_0)^2 P_0}{\rho_0 \rho [(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho]}}$
(17)	$U_p = U_p(U_s)$	$U_p = \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0 U_s} \right)$
(18)	$U_p = U_p(E)$	$U_p = \sqrt{2 \cdot \frac{P - P_0}{P + P_0} (E - E_0)} \quad \text{där } P = P(E) \text{ enligt nr (4)}$
<b>Energiintensitet, <math>E</math></b>		
(19)	$E = E(P)$	$E = E_0 + \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{P^2 - P_0^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}$
(20)	$E = E(\rho)$	$E = E_0 + \frac{(\rho^2 - \rho_0^2)}{\rho_0 \rho} \cdot \frac{P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho}$
(21)	$E = E(U_s)$	$E = E_0 + \frac{1}{2\rho_0^2 U_s^2} \left( \left[ 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right]^2 - 1 \right) P_0^2$
(22)	$E = E(U_p)$	$E = E_0 + \frac{1}{2} \frac{P + P_0}{P - P_0} U_p^2 \quad \text{där } P = P(U_p) \text{ enligt nr (3)}$

<sup>(1)</sup> Nyttjande av  $\gamma = 1,4$  ger singular lösning för starka stötövågor, se även Bilaga C.

### 3.3 Reflexion

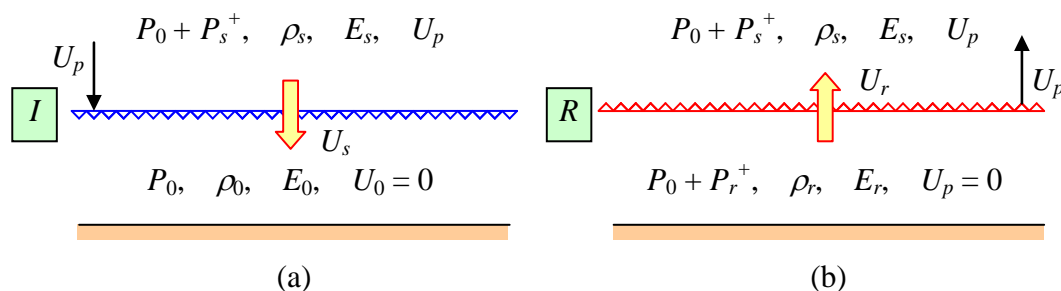
#### 3.3.1 Reflexionstyper

Den information som presenteras i avsnitt 2.3 gäller för en stövåg som utbreder sig i luft utan att utsättas för några störningar. När stötvågen träffar ett fastare medium kommer dess egenskaper dock genomgå dramatiska förändringar. För att bättre förstå det tryck-tidssamband som en belastad struktur utsätts för är det nödvändigt att vara medveten om vad som sker då en stövåg reflekteras mot en yta eller diffrakterar kring ett objekt. Reflexion behandlas i detta avsnitt medan diffraktion tas upp i avsnitt 3.4.

Reflexionen av en stövåg kan delas upp i två principiellt olika typer: reguljär reflexion och Mach-reflexion. Principen för reguljär reflexion påminner i mångt och mycket om den som erhålls för en akustisk ljudvåg och delas i sin tur upp i normalreflexion samt sned reflexion och behandlas i avsnitt 3.3.2 respektive avsnitt 3.3.3. Machreflexion, däremot, är en speciell typ av sned reflexion som uppstår då den infallande vågen träffar en reflekterande yta i en tillräckligt sned vinkel och därmed ger upphov till ett speciellt fenomen – den så kallade Machvågen, vilken behandlas utförligt i avsnitt 3.3.4.

#### 3.3.2 Normalreflexion

Den enklaste formen av reflexion är normalreflexion där stötvågen träffar den reflekterande ytan i rät vinkel. Figur 3.4 illustrerar ett sådant fall där den infallande vågen  $I$  närmar sig en vägg med hastigheten  $U_s$ . Tillståndet framför vågen är ostört och motsvarar det för stillastående luft, medan tillståndet i själva vågen motsvarar det för en fritt utbredande våg. Omedelbart efter reflexionen rör sig den reflekterade vågen bort från väggen med en hastighet  $U_r$ . Tryck, temperatur samt densitet intill väggen ökar till ett värde högre än i den infallande vågen medan partikelhastigheten  $U_p$  minskar till noll i stötvågsfronten. Övertrycket  $P_r^+$  benämns som det reflekterade övertrycket och kan vara flera gånger högre än den infallande vågens övertryck  $P_s^+$ . För svaga stötvågor ( $P_s^+ \ll P_0$ ), där vågen kan approximeras som en akustisk ljudvåg, blir det reflekterade övertrycket dubbelt så högt som i den infallande vågen. För starkare stötvågor kan den här kvoten dock öka flerfaldigt och kan, enligt Baker (1973), i extrema fall uppgå till en faktor tjugo högre än det infallande övertrycket.



Figur 3.4 Schematisk bild av normalreflexion av en plan stövåg: (a) före reflexion, (b) efter reflexion. Baserad på Baker (1973) samt Kinney och Graham (1985).

Ovan nämns att partikelhastigheten  $U_p$  minskar till noll vid den reflekterande stöt vågsfronten. Detta innebär att dessa partiklar innehar en hastighet relativt de partiklar som fortfarande är i rörelse en bit bort från den reflekterande ytan. Denna relativa hastighet är lika stor som den "egentliga" partikelhastigheten men med motsatt riktning. Den reflekterande stöt vågen kan således uppfattas som en våg med samma partikelhastighet som den inkommande (oreflekterade) vågen men med den betydande skillnaden att den rör sig genom ett annat medium. I figur 3.4 rör sig den inkommande vågen genom ostörd luft. Den reflekterade vågen kommer dock röra sig genom ett medium som utgörs av den oreflekterade vågen, vilket innebär att parametrar såsom tryck och densitet, beroende på styrkan hos den inkommande vågen, kan skilja sig betänkligt från ostörd luft. Stöt vågsparametrarna för den reflekterade vågen erhålls därmed på samma sätt som för det oreflekterade trycket men med den skillnaden att dessa tas fram med utgångspunkt att den reflekterande vågen rör sig in i den inkommande stöt vågen istället för genom ostörd luft. Beräkningsmässigt innebär detta att samtliga uttryck i tabell 3.1 och 3.2 kan nyttjas rakt av med den skillnaden att parametrar tillhörande störd och ostörd luft byts ut mot reflekterad och störd luft.

Utgående från detta är det möjligt att teckna det reflekterande trycket  $P_r$  som en funktion av trycket  $P_s$  hos den inkommande stöt vågen som (för härledning, se Bilaga D)

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{(3\gamma - 1)P_s - (\gamma - 1)P_0}{(\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0} = [\gamma = 1,4] = \frac{8P_s - P_0}{P_s + 6P_0} \quad (3.35)$$

Ur detta kan sedan reflexionskoefficienten  $\Lambda$ , beskrivande kvoten mellan reflekterat och inkommande övertryck, skrivas som

$$\Lambda = \frac{P_r^+}{P_s^+} = \frac{P_r - P_0}{P_s - P_0} = \frac{(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0}{(\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0} = [\gamma = 1,4] = \frac{8P_s + 6P_0}{P_s + 6P_0} \quad (3.36)$$

Med detta uttryck erhålls för en akustisk våg, där  $P_s \approx P_0$ , en reflexionskoefficient  $\Lambda = 2$  vilket överensstämmer med linjär vågteori. Då, såsom är ett vanligt antagande för luft,  $\gamma$  sätts till 1,4 resulterar ekvation (3.35) i att  $\Lambda \rightarrow 8$  då  $P_s \rightarrow \infty$ . Denna begränsning är dock ett direkt resultat av ovanstående antagande. Då hänsyn tas till att värmekapacitetskvoten  $\gamma$  minskar med ökande tryck får detta också tydlig inverkan på förhållandet mellan det reflekterande och det infallande övertrycket. I figur 3.5 jämförs reflexionskoefficient då  $\gamma=1,4$  samt då den varierar med trycket såsom visas i figur 3.2.

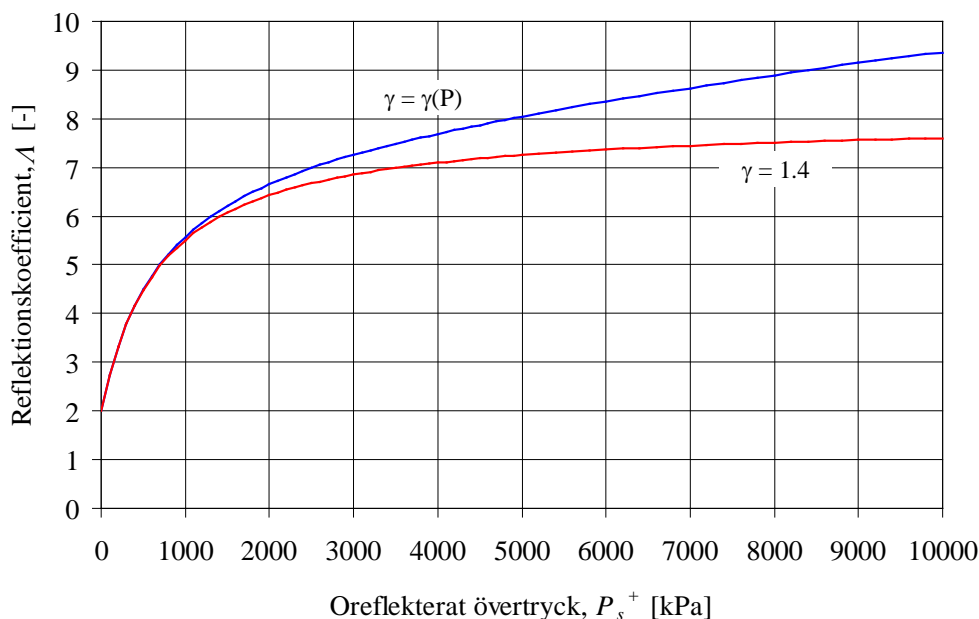
Om reflexionskoefficienten uttrycks som funktion av den inkommande stöt vågens övertryck istället för det totala trycket kan ekvation (3.36) skrivas om som

$$\Lambda = \frac{(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0}{(\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0} = [P_s = P_s^+ + P_0] = \frac{(3\gamma - 1)P_s^+ + 4\gamma P_0}{(\gamma - 1)P_s^+ + 2\gamma P_0} \quad (3.37)$$

och genom att sätta  $\gamma = 1,4$  fås

$$\Lambda = [\gamma = 1,4] = \frac{8P_s^+ + 14P_0}{P_s^+ + 7P_0} \quad (3.38)$$

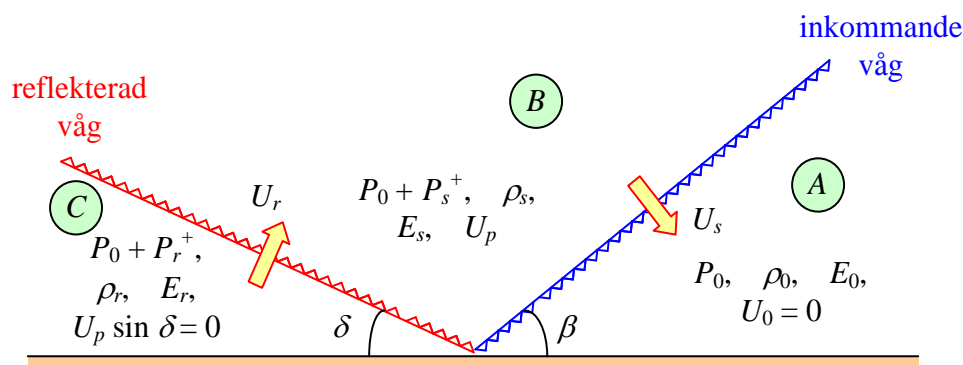
vilket är det uttryck för normalreflexion som anges i exempelvis FortH 2 (1992).



Figur 3.5 Förhållande mellan reflexionskoefficient  $A$  och oreflekterat övertryck  $P_s^+$ . När  $\gamma = 1,4$  utgör  $A = 8$  en asymptot när  $P_s^+ \rightarrow \infty$ , se ekvation (3.36).

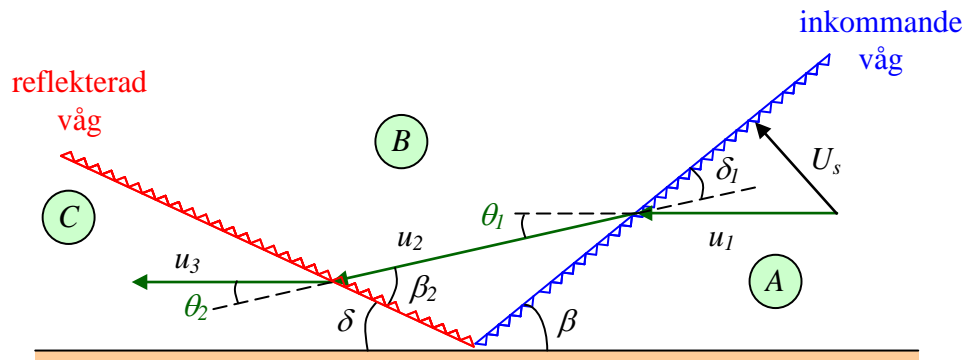
### 3.3.3 Sned reflexion

Normalreflexion kan sägas utgöra ett specialfall av en sned reflexion där infallsvinkeln  $\beta = 0^\circ$ . Det allmänna fallet utgörs dock av någon typ av sned reflexion. Figur 3.6 visar en schematisk bild av en stöttség som med hastigheten  $U_s$  faller in mot ett plant underlag med en vinkel  $\beta$ . En sned reflexion sker och den reflekterande vågen lämnar ytan med en hastighet  $U_r$  och vinkeln  $\delta$ . Till skillnad mot en akustisk ljudvåg skiljer sig dock vinkeln mellan den infallande och reflekterande vågen, dvs.  $\beta \neq \delta$ . Detta beror på att reflexionskoefficienten  $A \neq 2$  för en stöttség, vilket gör att det jämvikts-tillstånd som behöver uppfyllas i den reflekterade ytan medför att den reflekterande vinkeln  $\delta$  blir en funktion av den infallande vinkeln  $\beta$  samt den infallande vågens hastighet  $U_s$ . Allmänt fås att  $\beta \geq \delta$ .



Figur 3.6 Schematisk bild av sned reflexion av plan våg. Tre regioner kan urskiljas: ostörd luft i region A, fri tryckavlastning i region B samt reflekterat tryck i region C. Baserad på Baker (1973).

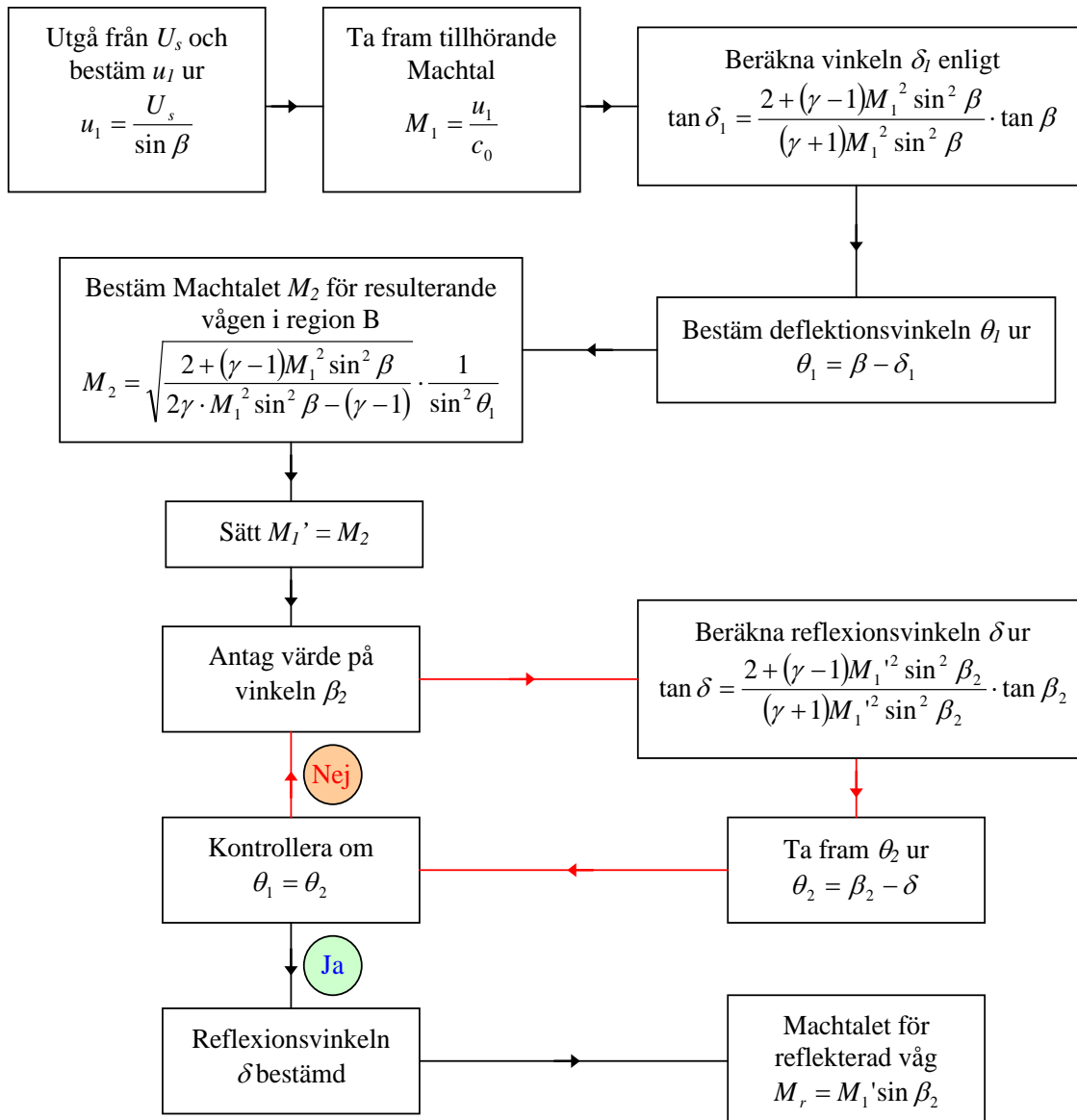
Tre regioner kan urskiljas i figur 3.6: region A, B och C. Region A befinner sig framför stötvågen varför luften däri fortfarande är ostörd, tillståndet i region B motsvarar det vid fri tryckavlastning och i region C råder ett tillstånd orsakad av den reflekterade vågens passage. Samma tillvägagångsätt som vid sned stöt, se Bilaga F, används för att bestämma vad som händer i samband med reflexionen, dvs. de gränssytor som stötvågorna utgör mellan dessa tre regioner betraktas som stillastående och att det är luften som strömmar genom dem. Som stöd illustreras denna metodik även i figur 3.7.



Figur 3.7 Schematisk illustration av beräkningsgång vid bestämning av reflexionsvinkel vid sned reflexion. Baserad på Kinney och Graham (1985).

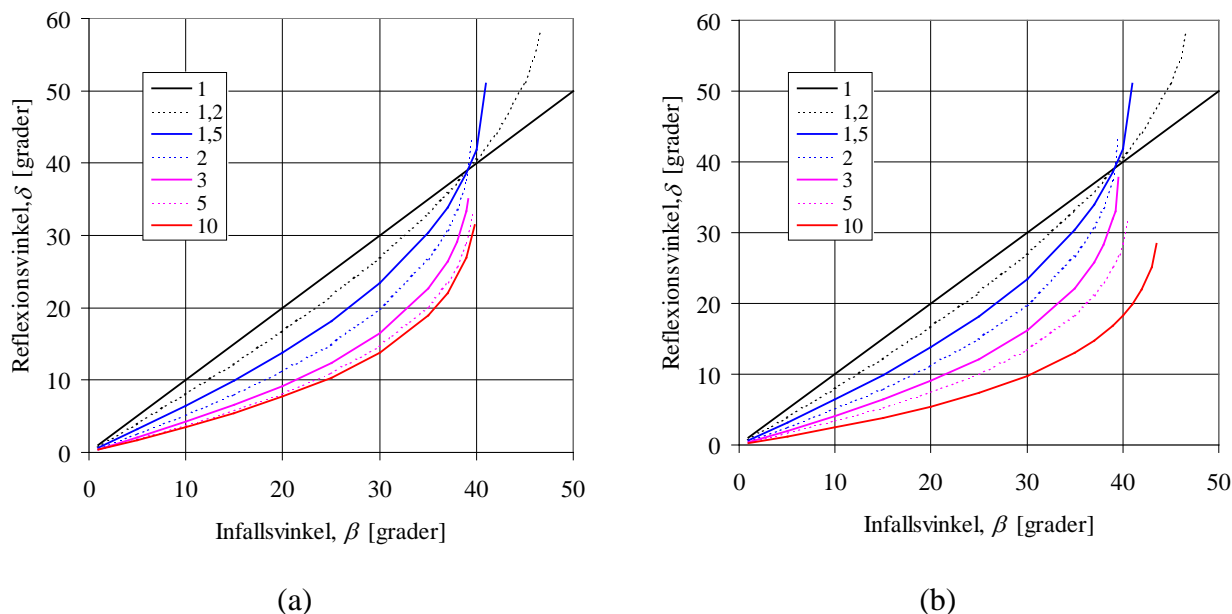
I region A kan stötvågens egentliga utbredningshastighet  $U_s$  beskrivas med hjälp av en hastighet  $u_1$  parallellt med det reflekterande underlaget. Därigenom kan metodiken för sned stötvåg i Bilaga F också användas varvid genomströmshastigheten i de olika regionerna behandlas med hjälp av så kallade Machtal. Machtalet är ett enhetslöst tal som beskriver en hastighet i förhållande till ljudhastigheten såsom definieras i Bilaga E. Mellan region A och B kommer den parallella stötvågs-komponenten avvika med vinkeln  $\theta_1$  från sin ursprungliga bana, ner mot reflexionsytan. Mellan region B och C genomgår därefter ytterligare en sned stötvåg där hastighetsvektorn  $u_2$  rätas upp igen med vinkeln  $\theta_2$  för att övergå till hastigheten  $u_3$  i Region C med en riktning som åter är parallell med underlaget. Genom att nyttja de uttryck som presenteras i samband med sned stöt, se Bilaga F, är det möjligt att med en iterativ beräkningsprocess lösa detta såsom beskrivs i figur 3.8. Mellan region A och B bestäms Machtal  $M_2$  och deflektionsvinkel  $\theta$  för vågen  $u_2$  så som beskrivs i Bilaga E. Våghastigheten  $M_2$  nyttjas sedan som en ingångshastighet i den reflekterande stötvågs-fronten (avskiljande region B och C). Samma uttryck används därefter för att söka en vinkel  $\beta_2$  sådan att erhållen deflektionsvinkel  $\theta_2$  mellan region B och C sammanfaller med den deflektionsvinkel  $\theta_1$  som tidigare uppstått mellan Region A och B, dvs. så att villkoret  $\theta_1 = \theta_2$  uppfylls.





Figur 3.8 Flödesschema för bestämning av reflexionsvinkel vid sned reflexion. Ingående uttryck är även beskrivna i Bilaga F och är ursprungligen hämtade från Kinney och Graham (1985).

Med nyttjande av dessa villkor kan förhållandet mellan infallande- och reflekterande vinkel bestämmas. I figur 3.9 visas sambandet mellan infalls- och reflexionsvinkel då värmekapacitetskvoten  $\gamma = 1,4$  respektive då  $\gamma = \gamma(P)$  i enlighet med figur 3.2. Av detta framgår att då den infallande vågens hastighet uppgår till ungefär ett Machtal  $M=1,5$  eller mer så erhålls inte längre någon reflexionsvinkel för större infallsvinklar än omkring  $40^\circ$ . För stöt vågor av lägre magnitud kan dock infallsvinkeln vara betydligt större för att generera en reguljär sned reflexion – en akustisk våg med våghastighet  $M = 1$  resulterar exempelvis i att infallande- och reflekterande vinkel är densamma. Noterbart är dock att för kraftiga stöt vågor ( $M \geq 5$ ) krävs en märkbar ökning av tillåten infallsvinkel för att åstadkomma en reguljär reflexion, när hänsyn tas till minskande värmekapacitetskvot  $\gamma$ , jämför figur 3.9b.



Figur 3.9 Samband mellan infalls- och reflexionsvinkel vid sned reflexion då (a)  $\gamma = 1.4$ , och (b)  $\gamma = \gamma(P)$ . Angivna värden i diagrammen anger Machtalet hos den infallande vågen.

Från figur 3.9 framgår att det inte är möjligt att det, utgående från uppställda samband presenterade i figur 3.8, ej är möjligt att uppfylla det ställda villkoret att  $\theta_1 = \theta_2$  för samtliga infallsvinklar vid en godtycklig stövågshastighet. Istället uppstår ett läge, där det för en kritisk infallsvinkel  $\beta_{krit}$ , att deflektionsvinkeln  $\theta_2$  mellan region B och C alltid blir mindre än deflektionsvinkeln  $\theta_1$  mellan region A och B. Detta får till följd att den reflekterande vågen i Region C börjar ”kana” längs med underlaget istället för att reflekteras mot det. Detta fenomen anger uppkomsten av en så kallad Machreflexion, vilket är ett komplext men viktigt fenomen som beskrivs närmare i avsnitt 3.3.4.

Det går att visa att det reflekterade trycket  $P_r^+$  vid en sned reflexion kan beräknas ur

$$P_r^+ = \frac{[2\gamma M_r^2 - (\gamma - 1)] \cdot [2\gamma M_s^2 - (\gamma - 1)]}{(\gamma + 1)^2} \quad (3.39)$$

där  $M_s$  och  $M_r$  är Machtalet för strömningen i den inkommande respektive reflekterade vågen. Utgående från detta kan reflexionskoefficienten vid en sned reflexion uttryckas som

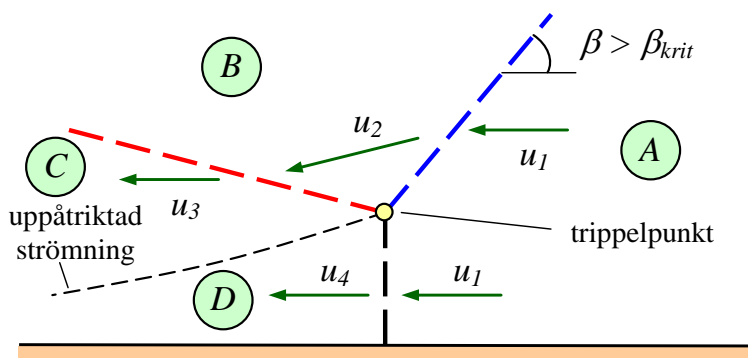
$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{P_r^+}{P_s^+} = \frac{P_r - P_0}{P_s - P_0} = \frac{[2\gamma M_r^2 - (\gamma - 1)] \cdot [2\gamma M_s^2 - (\gamma - 1)] - (\gamma + 1)^2}{2\gamma(M_s^2 - 1)(\gamma + 1)} = \\ &= [\gamma = 1,4] = \frac{[7M_r^2 - 1] \cdot [7M_s^2 - 1] - 36}{42(M_s^2 - 1)} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Något uttryck, liknande det för en normalreflekterad våg, där reflexionskoefficienten sätts upp som en funktion av stövågens tryck presenteras inte i Kinney och Graham och har inte heller härletts i denna rapport. En närmare jämförelse av vilket reflekterat tryck som erhålls vid olika reflexionsvinklar görs i avsnitt 3.3.4.3.

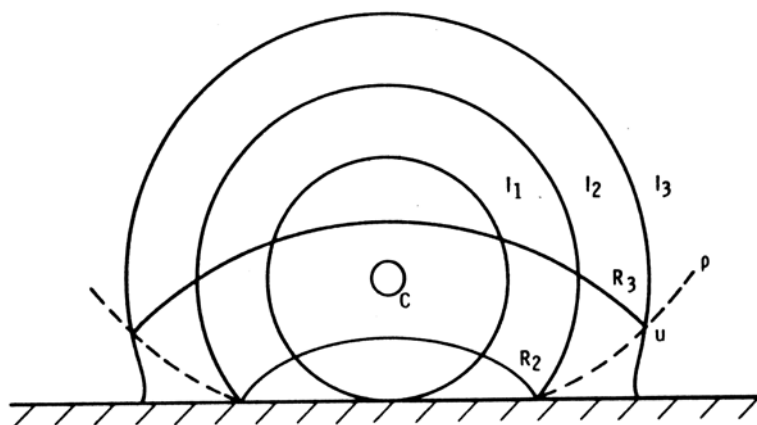
### 3.3.4 Machreflexion

#### 3.3.4.1 Machvågens utbredning

Såsom berörs i föregående avsnitt uppstår en Machreflexion då vinkeln  $\beta$  hos den infallande vågen överstiger en kritisk vinkel  $\beta_{krit}$ . Till skillnad mot den reguljära sneda reflexionen så studsar vågen inte längre iväg från den reflekterande ytan utan glider istället längs den. Detta resulterar i att en ny stöt våg, den så kallade Machvågen, tar form vinkelrätt mot ytan. Den skärningspunkt som bildas av den infallande vågen, den reflekterande vågen samt Machfronten, benämns som Machvågens trippelpunkt. Den mellanskillnad  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$  som uppstår vid infallsvinklar  $\beta > \beta_{krit}$  resulterar i en uppåtriktad strömning (engelska: *slipstream*) vilken ger upphov till att avståndet mellan trippelpunkten och den reflekterande ytan ökar var eftersom stöt vågen förflyttar sig längs den reflekterande ytan. Trippelpunkten erhåller därigenom en kurvformad stigning från reflexionsytan, såsom schematiskt illustreras i figur 3.10, och en ny region (Region D) bildas vars termodynamiska egenskaper skiljer sig från de övriga tre regionerna. Det tryck som erhålls i samband med en Machreflexion berörs närmare i avsnitt 3.3.4.3.



Figur 3.10 Uppbyggnad av en Machstöt våg. Baserad på Kinney och Graham (1985).



Figur 3.11 Reflexion av stöt våg i olika stadier. I skede 2 ( $I_2$ ) börjar en Machvåg ta form och i skede 3 ( $I_3$ ) har en tydlig Machvåg bildats där den streckade linjen, markerad med  $\rho$ , symboliserar trippelpunktens stigning. Från Baker (1973).

I figur 3.11 illustreras reflexionsprocessen hos en stark stöt våg uppdelad i tre separata delar. I det första stadiet har den infallande vågen  $I_1$  precis nått fram till den reflekterande ytan. Infallsvinkeln är dock inte större än den kritiska vinkeln  $\beta_{krit}$  varför någon Machvåg ej uppstår. Liksom den

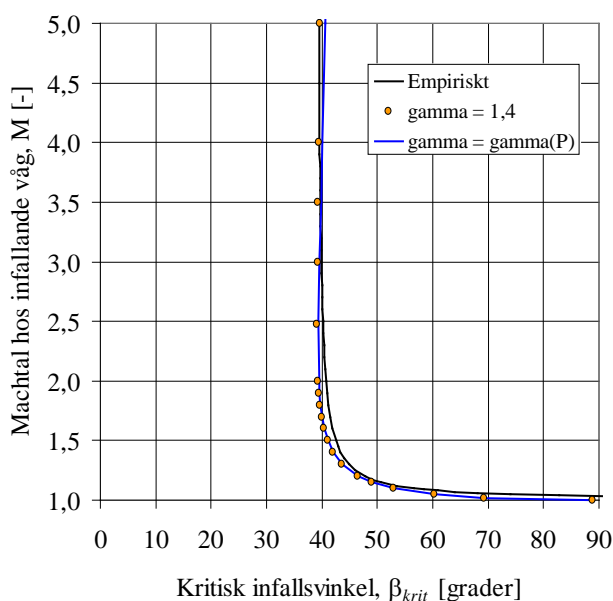
infällande vågen så expanderar även den reflekterande vågen. Den senare kommer dock inte anta en sfärisk form eftersom reflexionsvinkeln  $\delta$  är mindre än infällsvinkeln  $\beta$  (en reflekterad akustisk ljudvåg skulle dock antagit en sfärisk form eftersom den infällande och reflekterande vinkeln i det fallet är lika stora). Vid ett visst avstånd från explosionens källa kommer infällsvinkeln  $\beta$  vara lika med den kritiska vinkeln  $\beta_{krit}$ , vilket betecknar startpunkten för bildandet av en Machvåg (stadium 2 i figur 3.11). Då stötstågen expanderar ytterligare växer Machvågen och omsluter allteftersom de infällande och reflekterande vågorna. Detta representeras i Figur 3.11 av den streckade linjen, markerad med  $\rho$ , vilken beskriver trippelpunktens fortskridande tillväxt. I stadium 3 dominerar stötstågen nära marken av Machvågens framfart där en nära nog vertikal vågfront har bildats.

### 3.3.4.2 Kritisk vinkel

Vilken kritisk vinkel  $\beta_{krit}$  som krävs för att en Machvåg skall uppstå beror på styrkan hos den infällande vågen. Från figur 3.9 framgår att den kritiska vinkeln för stötstågshastigheter av magnitud  $M \geq 1.5$  ligger på omkring  $40^\circ$ . Via en närmare studie av kritisk vinkel  $\beta_{krit}$  i figur 3.8 kan ett samband enligt figur 3.12 tas fram. Figuren beskriver kritisk infällsvinkel som funktion av den infällande vågens Machtal och jämför erhållen skillnad för  $\gamma = 1,4$  samt när den varierar med stötstågens hastighet,  $\gamma = \gamma(P)$ . Ett empiriskt uttryck för kritisk infällsvinkel (anpassat för fallet  $\gamma = 1,4$ ) ges i Kinney och Graham (1985) som

$$\beta_{krit} = \frac{1.75}{(M_x - 1)} + 39 \tag{3.41}$$

där  $M_x$  är den infällande vågens Machhastighet vinkelrätt mot stötstågsfronten, och medtas som jämförelse. Liksom i figur 3.8 framgår det även här att erhållen kritisk vinkel  $\beta_{krit}$  skiljer sig nämnvärt först när stötstågshastigheten närmar sig en hastighet av  $M = 5$ .



Figur 3.12 Kritisk infällsvinkel  $\beta_{krit}$ , vid vilken en Machvåg uppstår, som funktion av infällande vågens Machtal. Empiriskt samband visas i ekvation (3.39).

### 3.3.4.3 Reflexionskoefficient

Den relativa tryckökningen i en Machreflexion blir i de flesta fall lägre än vad som erhålls vid en reguljär sned reflexion. Det reflekterade trycket från en sned reguljär reflexion kan bestämmas såsom beskrivs i avsnitt 3.3.3. För en Machvåg blir tillvägagångssättet dock något annorlunda. För en sådan erhålls ingen ”äkta” reflexion eftersom stötvågen egentligen endast ändrar riktning och kanar längs med underlaget istället för att reflekteras mot det. Med nyttjande av samma resonemang som vid sned reflexion samt det faktum att Machvågens front är riktad ungefär vinkelrätt mot den reflekterande ytan, så kan trycket av denna, nära den reflekterande ytan, bestämmas utgående från Machvågens hastighet  $U_{mach}$ , där

$$U_{mach} = \frac{U_s}{\sin \beta} \quad (3.42)$$

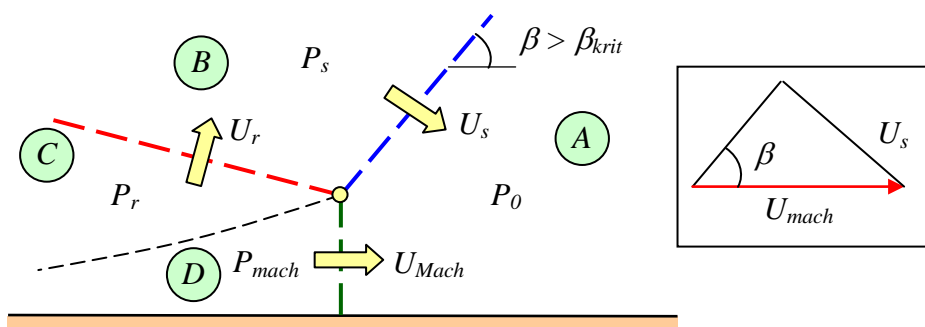
i enlighet med figur 3.13. Den tryckökning som erhålls beror således snarare på en ökad våghastighet än på ett reflekterat tryck. Tillhörande ”reflexionskoefficient”  $\Lambda$  kan därmed bestämmas som

$$\Lambda = \frac{P_{mach}^+}{P_s^+} = \frac{P_{mach} - P_0}{P_s - P_0} \quad (3.43)$$

där

$$P_{mach} = \left( \frac{2\gamma M_{mach}^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)} \right) \cdot P_0 \quad (3.44)$$

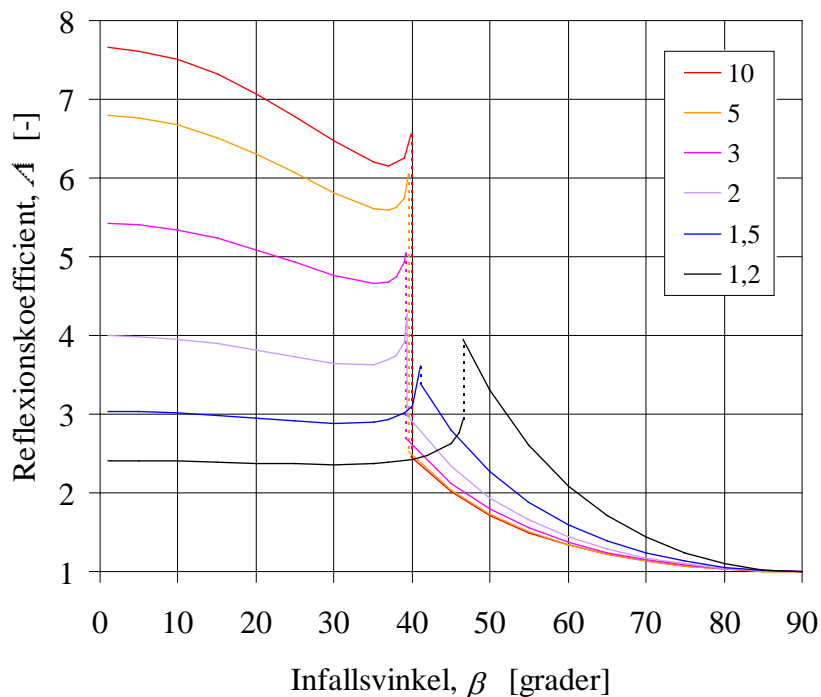
$$M_{mach} = \frac{U_{mach}}{c_0} \quad (3.45)$$



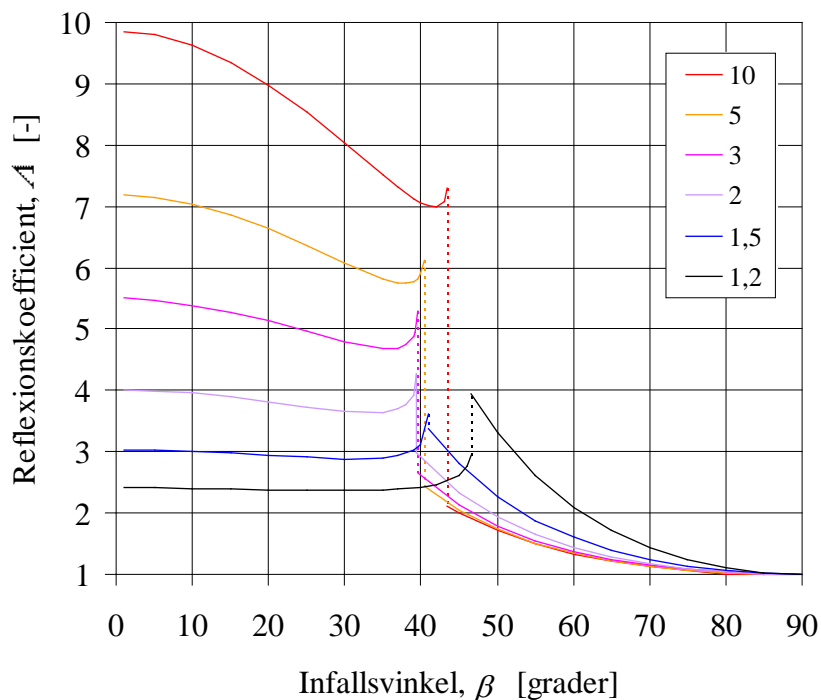
Figur 3.13 Schematisk figur av tryck orsakad vid Machreflexion.

I figur 3.14 redovisas hur reflexionskoefficienten varierar med infallsvinkeln  $\beta$  vid olika stötvågshastigheter. Vid den kritiska vinkeln  $\beta_{krit}$  för respektive våghastighet ( $\beta_{krit} \approx 40^\circ$ ) sker ett diskret hopp, i figuren representerad med en streckad linje, då reflexionen övergår från sned reguljär reflexion till Machreflexion. Från figuren framgår att för låga stötvågshastigheter kan en Machvåg resultera i en större tryckökning än vid en sned reflexion men då stötvågshastigheten överstiger Mach 1,5 fås en relativt lägre tryckökning jämfört med den som erhålls vid en reguljär reflexion. I figuren jämförs även den skillnad som erhålls i reflexionskoefficient då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  antas vara konstant lika med 1,4 och då  $\gamma$  antas variera med stötvågshastigheten  $M$  i enlighet med

figur 3.2. Då infallsvinkeln närmar sig  $90^\circ$  går också reflexionskoefficienten mot 1,0. Således erhålls ingen tryckökning på grund av reflexion då explosionskällan är placerad i kontakt med den reflekterande ytan. Dock erhålls en tryckökning på grund av ökad energiintensitet hos explosionen – ett förlopp som går under namnet spegling och som berörs vidare i avsnitt 3.3.5.



(a)

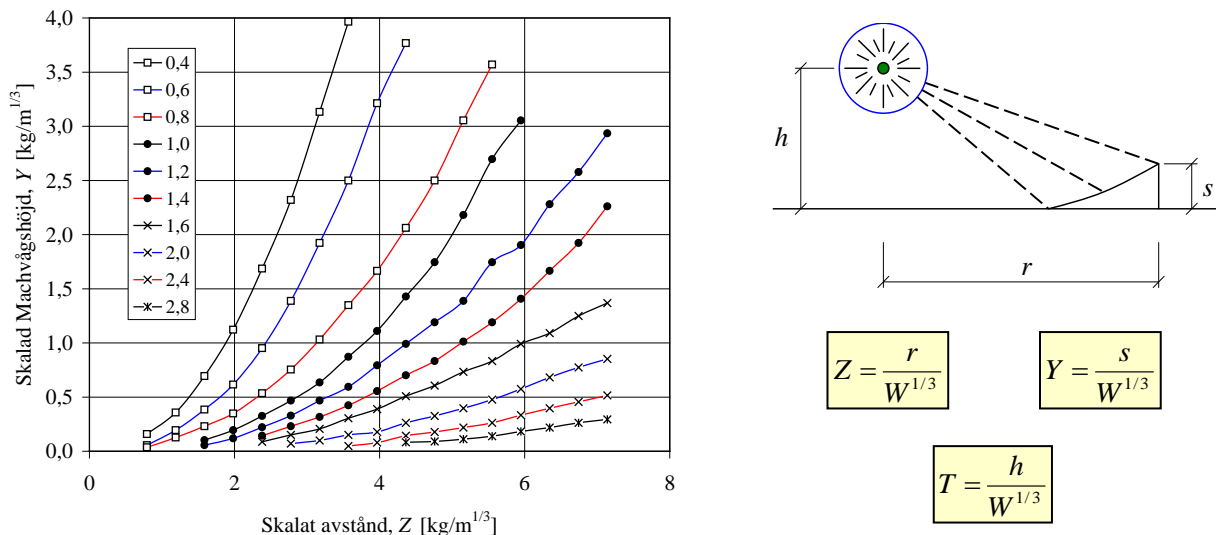


(b)

Figur 3.14 Reflexionskoefficient som funktion av infallsvinkel vid olika stöt vågshastigheter då (a)  $\gamma = 1,4$  och (b)  $\gamma = \gamma(P)$ .

### 3.3.4.4 Machvågens höjd

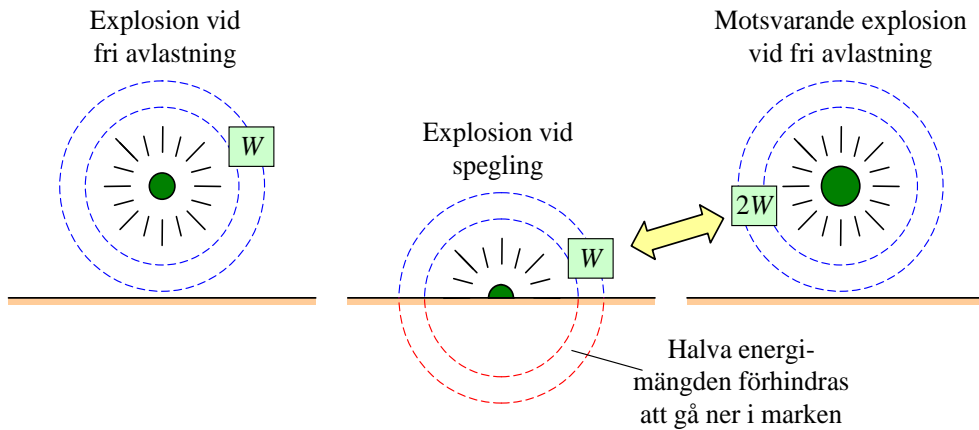
Machvågens utbredning har stor inverkan för vilken belastning som exempelvis en byggnad kommer utsättas för av en närliggande explosion. Det är därför av vikt att veta vilken höjd över markytan som denna våg kommer ha när den når fram till ett specifikt mål. I figur 3.15 visas ett empiriskt samband mellan Machvågens skalade höjd  $Y$  som funktion av det skalade avståndet  $Z$  för två olika reflekterande ytor.



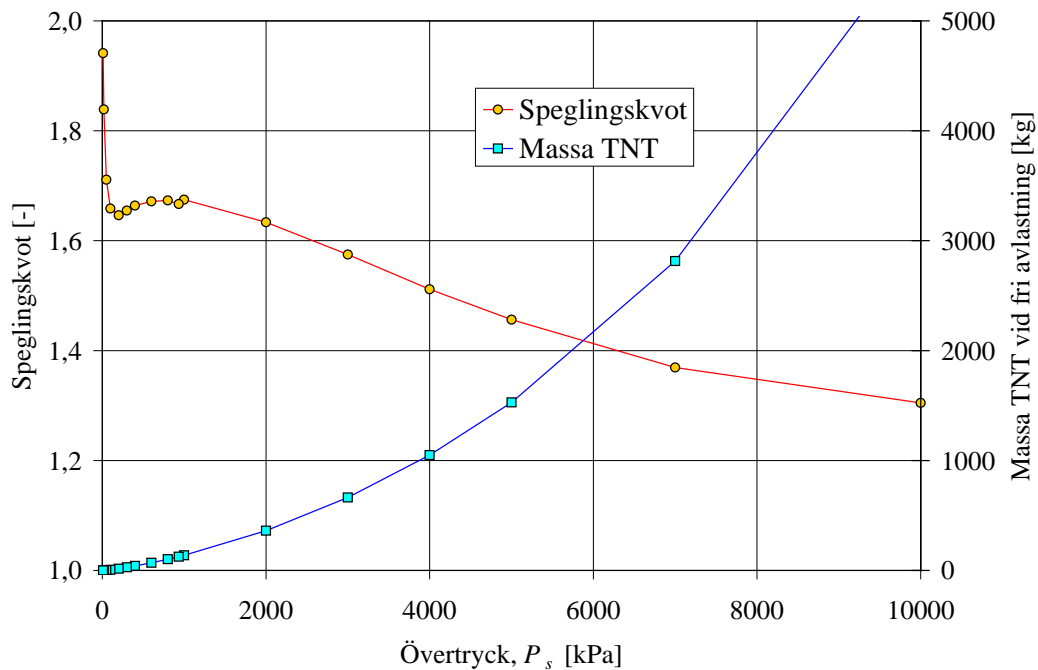
Figur 3.15 Machvågshöjd som funktion av skalat avstånd. Siffrorna vid kurvorna anger skalat vertikalt avstånd  $T$  mellan detonationspunkt och markunderlag. Baserad på Swisdak (1975).

### 3.3.5 Spegling

Då en explosion sker nära en reflekterande yta kommer detta påverka stötvågens styrka och utbredning. Eftersom stötvågens egenskaper är en funktion av dess energiintensitet betyder detta också att de är beroende av den volym i vilken utbredningen sker. En jämförelse av en explosion långt från eventuella störande reflexioner där fri avlastning är möjligt görs här med vad som händer om explosionen istället sker i kontakt med en reflekterande yta. Den volym som stötvågen kan breda ut sig över blir hälften så stor i fallet med explosion med möjlighet till fri utbredning. I ett idealiserat fall, med antagandet av att ingen energi försvinner ner i den reflekterande ytan, innebär detta att den stötvåg som genereras vid ett sådant fall för en given laddning  $W$  har samma egenskaper som den stötvåg som orsakas av en dubbelt så stor laddning ( $2W$ ) som har fri tryckavlastning, se figur 3.16. Detta är dock ett konservativt antagande på säker sida eftersom en del av energin kommer gå förlorad då marken sätts i rörelse. Baker *et al.* (1983) anger ett ungefärligt värde på 1,8 istället för en dubbling av laddningsvikten. I ConWep varierar denna faktor med övertrycket  $P_s^+$  såsom illustreras i figur 3.17. Från denna figur framgår att för att uppnå ett övertryck  $P_s^+ \leq 2000$  kPa så varierar speglingskvoten mellan omkring 1,6 och 1,7. Vid högre övertryck minskar denna kvot ytterligare vilket innebär att en procentuellt sett större andel av energin upptas av marken vid höga övertryck. Som jämförelse medtas även den mängd TNT som erfordras för att åstadkomma angivet övertryck på ett avstånd  $R = 5$  m från detonationscentrum.



Figur 3.16 Schematisk illustration av ideal spegling. I realiteten går en del av explosionens frigjorda energi dock ner i marken varför speglingskvoten i verkligheten alltid blir  $< 2$ .



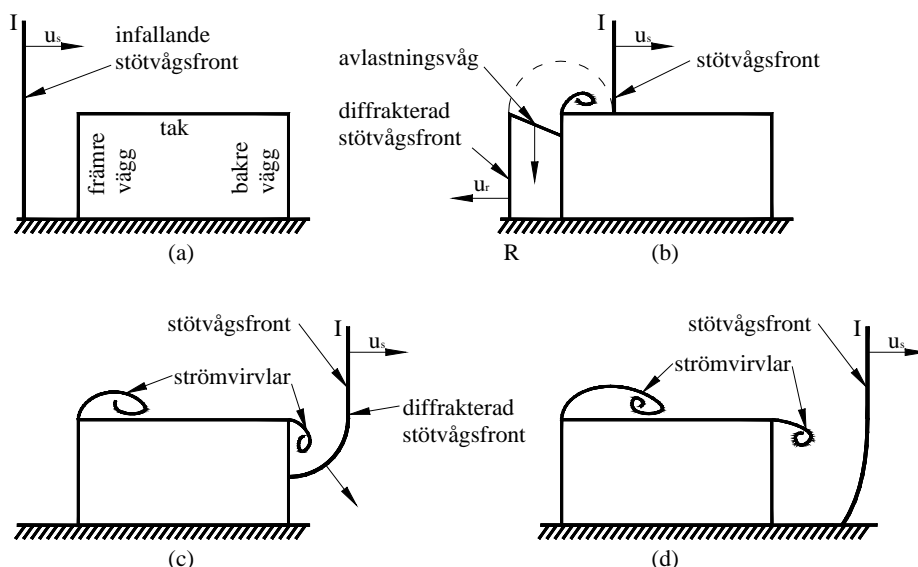
Figur 3.17 Samband mellan erforderlig massa TNT vid fri sfärisk- respektive halvsfärisk utbredning för att uppnå givet övertryck  $P_s^+$ . Angiven mängd TNT motsvarar ett avstånd på  $R = 5$  m. Baserat på ConWep (1992).



### 3.4 Diffraction

När en stötvåg når fram till ett solitt objekt, så som en byggnad, inträffar ett komplicerat förlopp som benämns diffraction. Detta är ett fenomen som kan ha stor betydelse för hur en utsatt byggnad påverkas av en stötvåg, speciellt för stötvågor med lång varaktighet. Med tanke på att varaktigheten hos en stötvåg orsakad av konventionella sprängämnen, såsom TNT, normalt är förhållandevis kort kan det tyckas att diffraction inte är så aktuellt i sådana fall. Principerna är dock desamma, oavsett stötvågens varaktighet, och den avlastning som erhålls vid ett hörn kan fortfarande vara av betydande storlek även för en kortvarig stötvåg. Den information som återges i detta avsnitt är huvudsakligen hämtat från Baker (1973) men delvis även från Kinney och Graham (1985).

I figur 3.18 ges en principiell bild av vad som händer i ett tvådimensionellt fall då en plan stötvåg når fram till en byggnad. Då den infallande vågen  $I$  når den främsta väggen erhålls en reflektionsvåg  $R$  i motsatt riktning vilket ger upphov till att trycket ögonblickligen ökar från  $P_0 + P_s^+$  till  $P_0 + P_r^+$ . Ovanför väggen fortsätter dock stötvågen sin färd framåt relativt ostörd varför trycket  $P_0 + P_s^+$  bibehålls. Den resulterande tryckskillnaden vid övergången från vägg till tak gör att det reflekterande trycket minskar via en såkallad avlastningsvåg som drar ner längs väggen. En luftvirvel med lågt övertryck i sitt centrum bildas vid hörnet och bidrar ytterligare till att minska trycket i området. I figur 3.18b är trycket vid väggens nederdel fortfarande  $P_0 + P_r^+$  medan trycket vid väggens överdel minskar till en nivå motsvarande det såkallade stagnationstrycket, vilket närmare förklaras i avsnitt 3.5. När stötvågen når byggnadens baksida diffrakterar den ned bakom hörnet varvid en andra luftvirvel skapas. Trycket på byggnadens baksida blir, bakom diffraktionsvågen, något lägre än  $P_0 + P_s^+$  medan den framför densamma innehar trycket  $P_0$  för ostörd luft, på byggnadens tak förblir trycket  $P_0 + P_s^+$ .



Figur 3.18 Diffraction av stötvåg för en tvådimensionell byggnad. Baserad på Baker (1973).

Stötvågens beteende ovan beror även på geometriska betingelser hos byggnaden. Om byggnadens längd är lång är det exempelvis möjligt att avlastningsvågen har negligerat inverkan av reflektionen på byggnadens framsida innan stötvågen når byggnadens baksida osv. Här beskrivs endast ett tvådimensionellt fall men beteendet är detsamma även för en tredimensionell struktur. I ett sådant fall kan stötvågen även diffraktera runt byggnadens sidor. För utförligare information om de resulterande tryckkurvornas utseende, se Kinney och Graham (1985).

### 3.5 Stagnationstryck och dynamisk vindlast

#### 3.5.1 Stagnationstryck

I föregående avsnitt införs termen stagnationstryck för att beteckna det tryck som uppkommer i samband med att en avlastningsståg påverkar en reflekterad stötståg. Nedan ges en översiktlig förklaring till hur stagnationstryck samt den tillhörande termen, dynamiskt tryck, definieras samt vad de praktiskt innebär.

Bernoullis ekvation ger enligt Bygg (1983) att

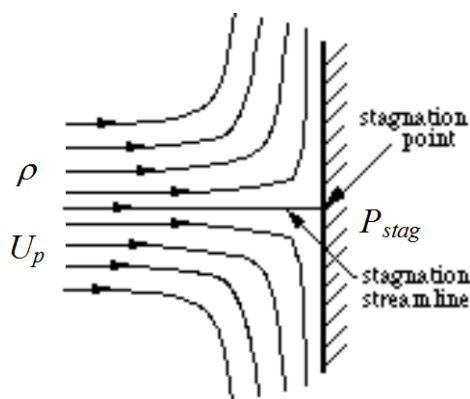
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 U_{p,1}^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho_2 U_{p,2}^2 \quad (3.46)$$

där termen

$$q = \frac{1}{2} \rho U_p^2 \quad (3.47)$$

benämns som det dynamiska trycket. Vid strömning vinkelrätt en yta, så som illustreras i figur 3.19, fås en punkt där strömningshastighet  $U_p$  är noll. Denna punkt benämns stagnationspunkt och den linje som skiljer de övre och nedre strömningarna kallas för stagnationslinje. Trycket  $P_{stag}$  i stagnationspunkten benämns som stagnationstrycket och kan, utgående från ekvation (3.43) och (3.44) skrivas som

$$P_{stag} = P + q \quad (3.48)$$



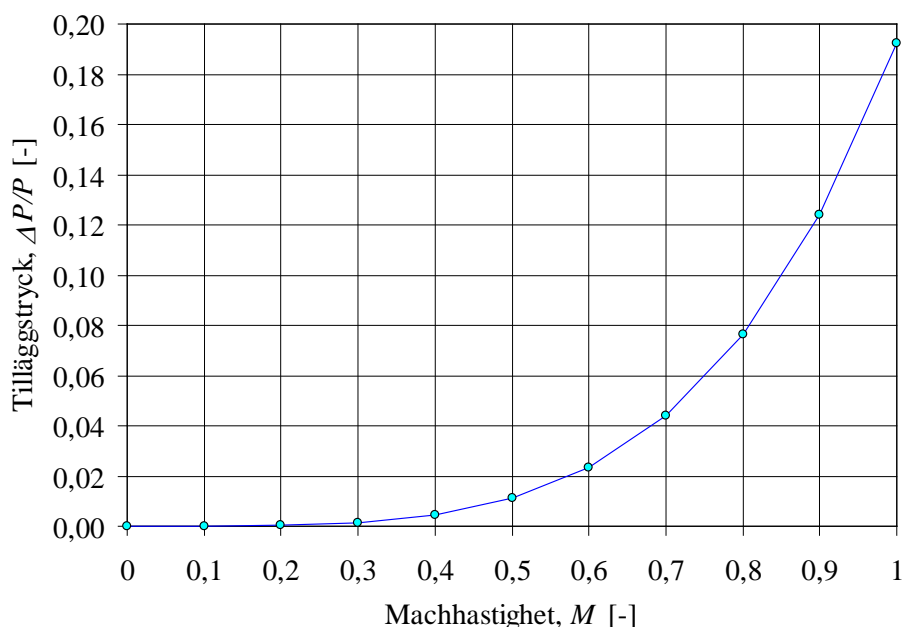
Figur 3.19 Strömning vinkelrätt en fast yta. Stagnationstrycket  $P_{stag}$  erhålls där strömningshastigheten (partikelhastigheten)  $U_p$  är noll.

Trycket  $P$  kan sägas utgöra ett lokalt statiskt tryck som är oberoende av strömningens riktning och hastighet. Stagnationstrycket, däremot, tar även hänsyn till mediets strömmande partiklar och är därför alltid högre eller lika med det statiska trycket. Det som här benämns som det dynamiska trycket  $q$  är dock egentligen inte alls ett tryck utan snarare en passande benämning på den skillnad i tryck som erhålls mellan stagnationstrycket och det statiska trycket på grund av mediets strömning.

Enligt ekvation (3.47) kan stagnationstrycket tecknas som summan av det statiska och dynamiska trycket. Bernoullis ekvation i ekvation (3.46) förutsätter dock att strömningshastigheten är relativt låg i förhållande till mediets ljudhastighet för att vara giltig. Ett fullständigare uttryck för stagnationstrycket kan, enligt Kinney och Graham (1985), istället skrivas som

$$P_{stag} = P + q + P \left[ \frac{\gamma}{8} M^4 + \frac{\gamma(2-\gamma)}{48} M^6 + \dots \right] = P + q + \Delta P \quad (3.49)$$

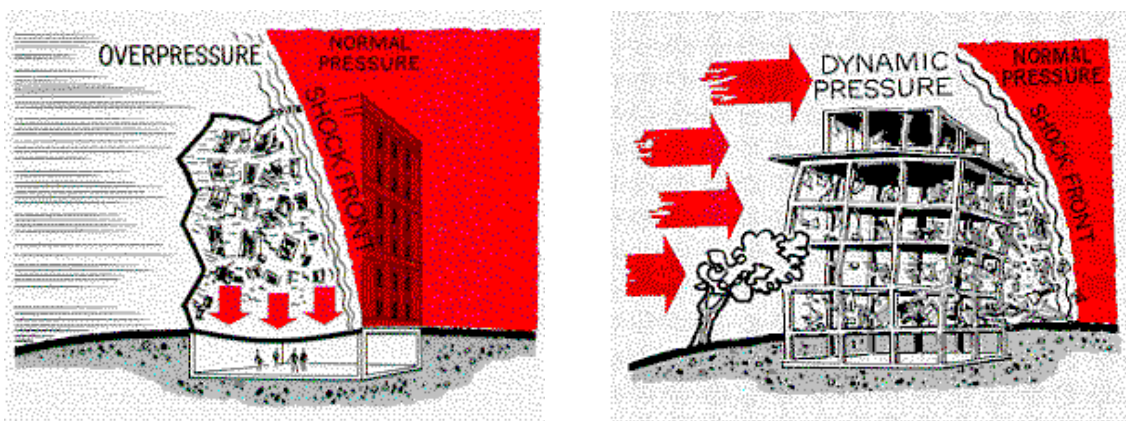
där  $\gamma$  är värmekapacitetskvoten och  $M$  är strömningshastigheten uttryckt som Machtal. För låga värden på strömningshastigheten blir skillnaden  $\Delta P$  mellan ekvation (3.48) och (3.49) liten. För högre hastigheter kan dock en märkbar förändring synas (för en hastighet  $M \approx 0,85$  erhålls att  $\Delta P = 0,1P$ ) för att så småningom bli helt dominerande, se figur 3.20. Trots detta synes det vara vanligt förekommande att endast nyttja det förenklade sambandet som ges i ekvation (3.48).



Figur 3.20 Skillnad  $\Delta P/P$  mellan ekvation (3.48) och (3.49) som funktion av strömningshastighetens Machtal  $M$ .

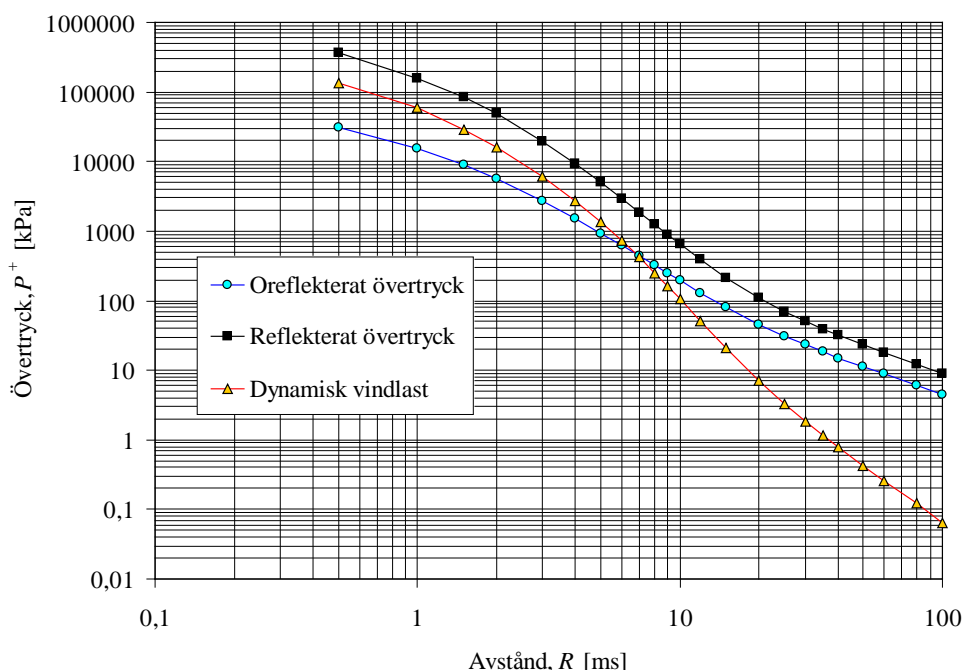
### 3.5.2 Dynamisk vindlast

I samband med explosionslaster är det vanligt förekommande att termen dynamisk vindlast dyker upp. Den dynamiska vindlasten (engelska: *blast wind*)  $q$  definieras i ekvation (3.44) och kan sägas representera det dynamiska tryck (engelska: *dynamic pressure*) som ett strömmande medium ger upphov till. I figur 3.18 i avsnitt 3.4 visas schematiskt vad som händer med en stötvåg då denna når en byggnad. För långvariga laster, såsom kan vara fallet vid framförallt en kärnvapenexplosion men även vid kraftfulla konventionella explosioner, kan det stagnationstryck som erhålls på byggnadens framsida, i samband med att en avlastningsvåg avlägsnat inverkan av det reflekterande trycket, vara av stor betydelse, se figur 3.21.



Figur 3.21 Schematisk figur av vilken inverkan som det reflekterade övertrycket respektive det dynamiska trycket har på en byggnad som utsätts för en långvarig stövåg. Från TR-62 (1976).

I ett antal referenser, exempelvis Baker (1973) och TR-62 (1976), behandlas det dynamiska trycket som om detta skulle utgöra en last utöver det reflekterade/oreflekterade övertrycket. Detta har föranlett att författaren till den här rapporten är något osäker på huruvida detta tryck skall beaktas som ytterligare något som, förutom det statiska övertrycket, skall belasta en utsatt byggnad. I figur 3.22 jämförs oreflekterat samt reflekterat tryck med det dynamiska tryck som erhålls av en explosion av 125 kg TNT på varierande avstånd från explosionskällan. Av detta framgår att det reflekterade trycket hela tiden överstiger såväl det reflekterade trycket som den dynamiska vindlasten (samt även summan av dessa båda). Vidare står det klart att den dynamiska vindlasten är större än det oreflekterade trycket på nära håll men att den sjunker till ett värde under den senare på större avstånd – de båda termerna är lika stora på ett avstånd av ungefär sju meter.



Figur 3.22 Jämförelse av oreflekterat tryck, reflekterat tryck samt dynamisk vindlast på olika avstånd från en explosion av 125 kg TNT. Värden från ConWep (1992).

Till skillnad mot det statiska trycket  $P$  så kan den dynamiska vindlasten sägas verka endast i den utbredande stötvågens riktning. Med anledning av detta är det även av intresse att titta närmare på hur tecknet på partikelhastigheten förhåller sig till över/undertrycket. Bevarande av massa ger att

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \Rightarrow U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} U_p \quad (3.50)$$

och bevarande av rörelsemängd ger

$$(P - P_0) = \rho(U_s - U_p)U_p \Rightarrow (P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \quad (3.51)$$

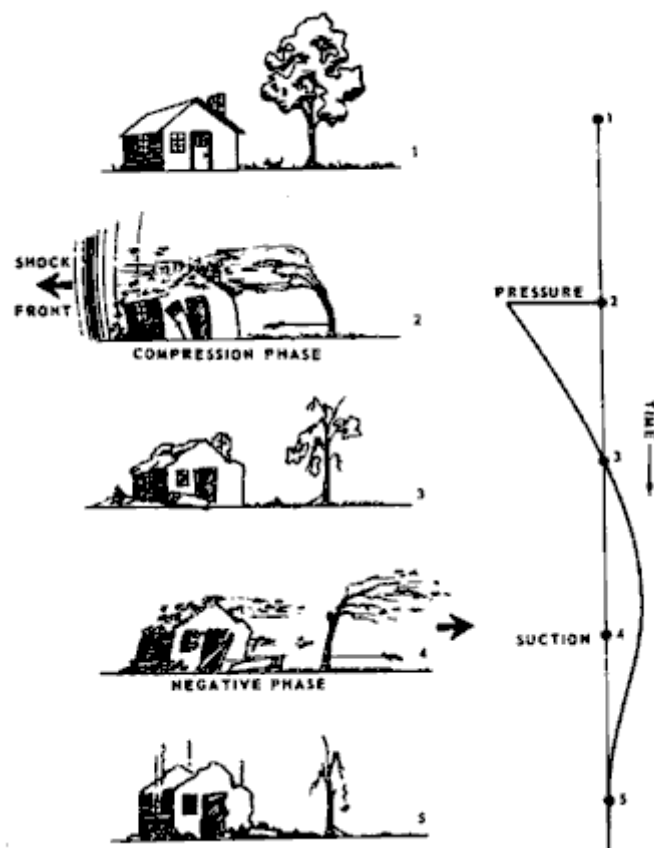
vilket kombinerat resulterar i att

$$P_s^+ = (P - P_0) = \frac{\rho_0 \rho}{\rho - \rho_0} U_p^2 \quad (3.52)$$

Detta uttryck gäller dock endast förhållandet i själva stötvågsfronten då denna går in i ostörd luft där partikelhastigheten  $U_0 = 0$ . Det kan dock visas att då inverkan av den framförvarande luftens partikelrörelse beaktas, kan ett motsvarande samband tecknas som

$$P_s^+ = (P - P_0) = \frac{\rho_0 \rho}{\rho - \rho_0} (U_p - U_0) U_p \quad (3.53)$$

där  $U_0$  inte nödvändigtvis är noll. Övertrycket  $P_s^+$  vid stötvågsfronten kan således tecknas som en direkt funktion av partikelhastigheten  $U_p$ . Vad händer då med partikelhastighetens tecken då den positiva fasen (jämför figur 2.2) övergår i en negativ fas? Av ekvation (3.50) framgår att då  $P_s^+ = 0$  så måste är även  $U_p = 0$ . Detta innebär således att då den positiva fasen övergår i en negativ fas (övertrycket övergår till ett undertryck) så kommer också partikelhastigheten att ändra riktning. Ovanstående stöds av Kinney och Graham (1985) samt NATO (1996) och illustreras schematiskt i figur 3.21. Denna bild är mest representativ för en långvarig stötvåg där den positiva respektive negativa fasen varar så länge att hela byggnaden kan påverkas såsom exemplifieras i figuren. Principiellt sett kan den dock även användas som förklaring av vad som händer i en kortvarig stötvåg.



Figur 3.21 Schematisk bild av hur en byggnad påverkas av en framfarandestötvåg under dess positiva och negativa fas. Partikelhastigheten är i den positiva fasen riktad åt vänster och i den negativa fasen riktad åt höger. Från NATO (1996).

## 4 Empiriska samband

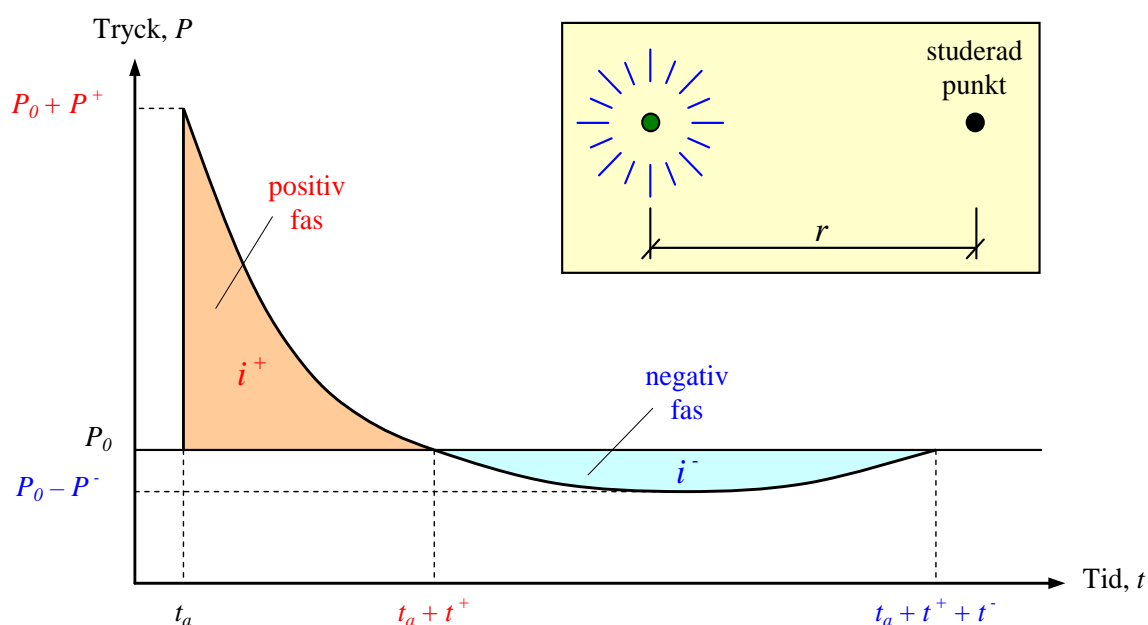
### 4.1 Principiellt utseende hos stöt våg

I kapitel 3 behandlas de grundläggande storheterna som används för att beskriva en stöt vågs fysik. Vid exempelvis en bedömning av huruvida en given byggnad kommer kunna motstå effekten av en explosion är det dock inte längre praktiskt tillämpligt att diskutera i termer av stöt våghastighet och densitet. I ett sådant läge är det istället viktigt att översätta dessa storheter till något praktiskt tillämpligt som kan användas vid kapacitetskontroll och/eller dimensionerandet av byggnaden. I detta betraktelsesätt är dock trycket, eller rättare sagt övertrycket, fortfarande en avgörande parameter. Vidare har stöt vågens varaktighet samt tryckvariation i tiden en stor betydelse för vilken respons en utsatt byggnad erhåller.

Såsom tidigare berörts i Kapitel 2 och 3 beror den styrka och varaktighet som en luftstöt våg påverkar sin omgivning med på flera saker, av vilka de viktigaste kan sägas vara:

- explosionens energiinnehåll
- avstånd och läge till studerad punkt
- inverkan av reflexion, fördämning och diffraktion

Ju större energiinnehåll i explosionen, desto högre värden fås på stöt vågens tryck och våghastighet. Avståndet mellan explosionscentrum och betraktat mål är en annan mycket viktig faktor. Tryckamplituden och impulstätheten minskar med ökande avstånd medan varaktigheten ökar med ökande avstånd – detta är särskilt framträdande på mycket korta avstånd. Förutom avståndet så blir även laddningens relativa läge i förhållande till målet samt målets geometriska utformning av stor vikt då detta avgör vilken inverkan som reflexion, fördämning samt diffraktion har på den stöt våg som slutligen drabbar målet.



Figur 4.1 Typiskt tryck-tidssamband för ideal luftstöt våg.

Figur 4.1 visar ett typiskt tryck-tidssamband för en ideal stötvåg i en fix punkt. Med ideal våg syftas här på en stötvåg som uppkommer vid fri avlastning i luften utan några störande reflexioner. Explosionen detonerar vid tiden  $t = 0$  och efter tiden  $t_a$  har stötvågen nått fram till den studerade punkten. Trycket vid vågfronten ökar då från det omgivande trycket  $p_0$  (i ostörd luft är  $P_0 \approx 101,3$  kPa) till  $P_0 + P_s^+$  under mycket kort tid. Trycket avtar därefter till dess att det vid tiden  $t_a + t^+$  åter når bakgrundstrycket  $P_0$  och därigenom avslutar tryckvågens positiva fas. En negativ fas med amplitud  $P_0 - P_s^-$  tar därefter vid då flöden av luft strömmar mot explosionens centrum och därigenom skapar ett partiellt vakuum. Så småningom återgår trycket till  $P_0$  vid tiden  $t_a + t^+ + t^-$ . Den impuls som överförs i de båda faserna beskrivs av impulstätheterna  $i_s^+$  och  $i_s^-$ , vilka också är viktiga parametrar i beskrivningen av styrkan hos en luftstötvåg. Dessa kan definieras som

$$i^+ = \int_{t_a}^{t_a+t^+} (P(t) - P_0) dt \quad (4.1)$$

$$i^- = \int_{t_a+t^+}^{t_a+t^++t^-} (P_0 - P(t)) dt \quad (4.2)$$

där  $P(t)$  beskriver tryckets variation med tiden  $t$ . Den positiva impulstätheten  $i^+$  är tillsammans med övertycket  $P_s^+$  samt varaktigheten  $t^+$  viktiga parametrar vid beskrivandet av en stötvågs styrka och utseende. Ett flertal olika former på stötvågens tryck-tidssamband har finns föreslagna i litteraturen. Baker (1973) beskriver sex av dem, där den enklaste består av en linjär funktion endast innehållande trycket och varaktigheten, och den mest komplexa består av en exponentialfunktion inkluderande totalt fem parametrar. Baker rekommenderar dock användandet av sambandet

$$P(t) = P_0 + P^+ \left( 1 - \frac{t}{t^+} \right) e^{-\alpha t/t^+} \quad (4.3)$$

eftersom dess relativa enkelhet och goda matchningsmöjlighet gör den till ett attraktivt alternativ. Här markerar  $t$  tiden efter stötvågens ankomst (dvs. mätt utgående från ankomsttiden  $t_a$ ) och  $\alpha$  en faktor med vilken övertryckets avklingning kan styras. Detta uttryck föreslås även av Kinney och Graham (1985) och nyttjas även i ConWep (1992). Kombinerad av ekvation (4.1) och (4.3) ger

$$i^+ = P^+ t^+ \left[ \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\alpha}) \right] \quad (4.4)$$

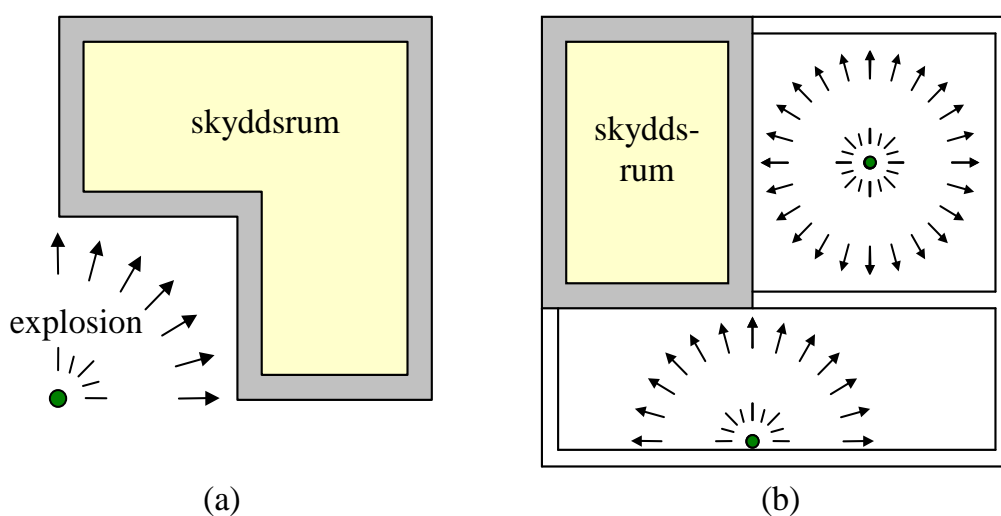
från vilken faktorn  $\alpha$  kan lösas ut då  $P_s^+$ ,  $i^+$  samt  $t^+$  är kända. Framtagningen av ett motsvarande uttryck för den negativa fasen har enligt Baker (1973) nästan fullständigt ignorerats. Baker förklarar detta med att den negativa fasen allmänt har betraktats som relativt oviktig i jämförelse med sin positiva motsvarighet och/eller att stora svårigheter har påträffats vid mätning eller beräkning av den. Det enda föreslagna uttryck som Baker kunnat finna för den negativa fasen är från Brode (1955) och tecknas som

$$P(t) = P_0 - P^- \frac{t}{t^-} \left( 1 - \frac{t}{t^-} \right) e^{-4t/t^-} \quad (4.5)$$



där tiden  $t$  anger tiden mätt från starten av den negativa fasen  $t_a + t^+$ . Att forskningen kring den negativa fasen legat i skymundan av den positiva fasen framgår även med all önskad tydlighet vid en titt i de skrifter av idag som allmänt nyttjas vid beaktande av luftstöt vågens inverkan på sin omgivning. Varken svenska FortH 2 (1991), amerikanska ConWep (1992) eller schweiziska LS 2000 (2000) behandlar inverkan av den negativa fasen i någon nämnvärd utsträckning. Med anledning av detta har den negativa fasen även i den här rapporten fått en starkt underordnad betydelse.

När en explosion sker i ett slutet utrymme, såsom exempelvis skulle kunna vara fallet vid en detonation i ett ammunitionslager eller vid en explosion i en tunnel, kommer de resulterande krafterna på omgivningen skilja sig betydligt gentemot de som fås vid en ideal explosion i luft där fri avlastning åt alla håll är möjlig. Den begränsade volymen på vilken explosionsgaserna kan utbreda sig gör att ett betydligt värre fall än det idealiserade fallet erhålls och det pratas i sådana sammanhang om stora fördämningseffekter. Förutom ökat övertryck, orsakat av de många reflexioner som ofrånkomligen uppstår, så kommer även tryckets varaktighet erhålla en stor ökning. Övertryckets varaktighet blir en funktion av hur snabbt trycket kan utjämnas, dvs. hur snabbt det kan sippra ut ur ventiler och andra öppningar från det inneslutna utrymmet. Ju tätare byggnad, desto längre varaktighet på den fördämda explosionen. Den här typen av fördämning kan även uppstå i andra sammanhang, exempelvis vid en utsatt byggnad med ofördelaktig geometri i förhållande till explosionscentrum, figur 4.2a, eller till negativa effekter på grund av reflexion mot andra konstruktionsdelar samt förhindrande av explosionsgaserna att lämna utrymmet så som illustreras i figur 4.2b. I det första fallet minskar den geometriska utformningen de positiva diffraktionseffekter, se avsnitt 3.4, som uppstår vid ett objekt av begränsad storlek. Vidare kommer det inåtgående hörnet ge upphov till en ”ficka” där det reflekterade trycket dels blir större och dels får längre varaktighet. Skyddsrummets ogynnsamma utformning resulterar således i ett betydligt farligare belastningsfall än vad som exempelvis skulle varit fallet om det istället haft en ren rektangulär form. I det andra fallet, figur 4.2b, hamnar explosionscentrum inne i huvudbyggnaden, varvid detonationen hamnar mellan skyddsrummet och huvudbyggnadens bärande väggar. De senare kommer sannolikt brista av den påföljande påfrestningen men kommer fram tills dess orsaka en inte försumbar fördämningseffekt vilket resulterar i en ökning av den totala belastningen på skyddsrummet.



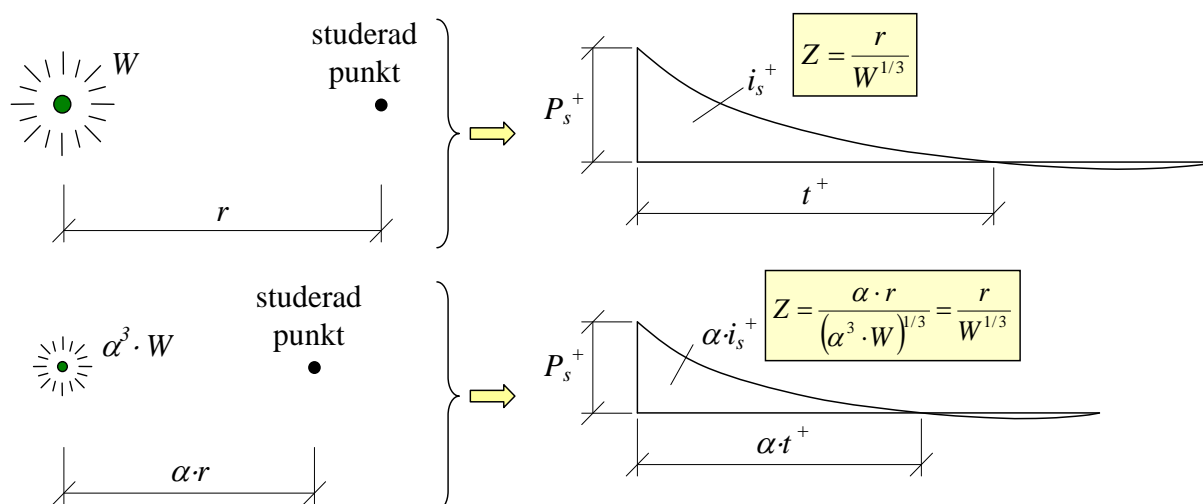
Figur 4.2 Exempel på möjliga fördämningseffekter för (a) skyddsrum med ogynnsam geometri, och (b) skyddsrum inhyst i byggnad.

## 4.2 Skallagar

Det gäller allmänt för en stöt våg orsakad av en explosion att dennas egenskaper dels beror på explosionens energiinnehåll och dels på hur långt från explosionskällan stöt vågen har färdats. Utgående från experimentella observationer och teoretiska studier har skallagar tagits fram vilka gör det möjligt att jämföra effekten av olika sprängladdningar på olika avstånd. Den vanligast förekommande av dessa är Hopkinsons skallag, vilken säger att två explosioner kan förväntas ge upphov till likvärdiga stöt vågor på avstånd proportionella mot kubikroten av energifrigörelsen hos respektive explosion. Detta illustreras grafiskt i figur 4.3 och kan matematiskt uttryckas som

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad (4.6)$$

där  $r$  är det verkliga avståndet och  $Z$  vanligen benämns som det skalade avståndet.  $W$  i nämnaren symboliserar explosionens energimängd uttryckt i mängd sprängämne (vanligen i kg TNT, se avsnitt 2.2.2).



Figur 4.3 Grafisk illustration av Hopkinsons skallag.

Av figur 4.3 framgår att övertrycket  $P_s^+$  förblir detsamma då det skalade avståndet  $Z$  är givet. Detta är dock inte fallet för impulstätheten  $i_s^+$  eller varaktigheten  $t^+$ , vilka även beror på faktorn  $\alpha$ . Detta innebär att övertrycket kan tecknas som en funktion av det skalade avståndet men att impulstätheten och varaktigheten även måste modifieras med avseende på  $\alpha$ . Detta sker genom att dessa även kopplas till den frigjorda energimängden varvid nedanstående samband erhålls

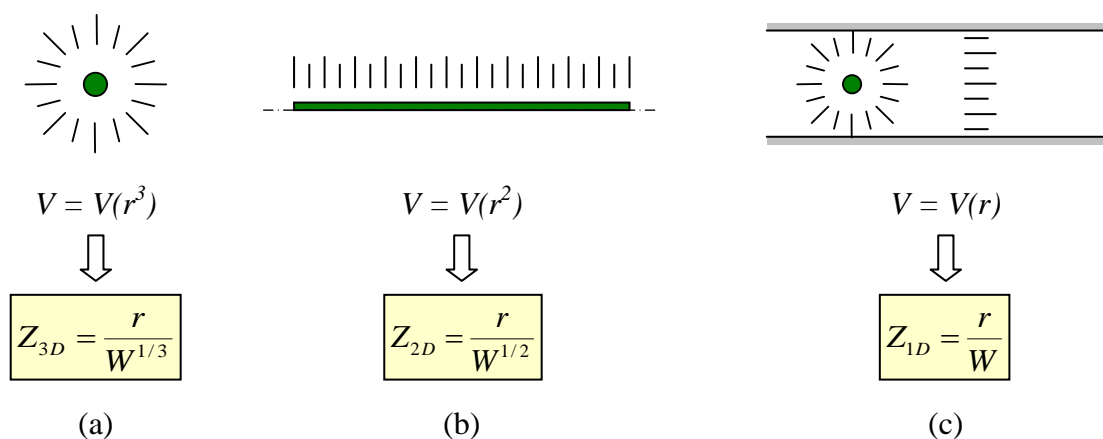
$$P_s^+ = P_s^+(Z) \quad (4.7)$$

$$i_s^+ = i_s^+(Z) \cdot W^{1/3} \quad (4.8)$$

$$t^+ = t^+(Z) \cdot W^{1/3} \quad (4.9)$$

Styrkan hos en luftstöt våg beror på den energiintensitet som erhålls vid en explosion. Ovan givna uttryck förutsätter att explosionen sker i en omgivning där utbredning åt alla håll är möjlig varvid den avgivna energimängden sprider sig inom en sfärisk volym. Storleken på denna volym är

proportionell mot kubiken av avståndet, dvs.  $r^3$  vilket också är anledningen till kubikroten av avgiven energimängd i definitionen av det skalade avståndet  $Z$  i ekvation (4.6). Om explosionskällan istället utgörs av en lång lina erhålls en cylindrisk volym centrerad kring linan, se figur 4.4, varvid stöt vågens inneslutna volym blir proportionell mot avståndet i kvadrat, dvs  $R^2$ , se Baker (1973). Om explosionen istället sker i ett begränsat utrymme, exempelvis i en lång tunnel, där luftstöt vågens utbredningen i princip endast kan ske åt ett håll blir den inneslutna volymen snart proportionell mot avståndet  $R$ . Av detta framgår att det krävs olika skalningsregler beroende på hur omgivningen kring explosionen ser ut. Således kommer stöt vågen orsakad av en explosion i en tunnel klinga av mycket långsammare än vad motsvarande stöt våg i fria luften gör. Den långsammare avklingningen resulterar följaktligen i att en sådan explosion till större del behåller sin styrka även på långa avstånd varför det också kan sägas vara betydligt farligare för sin omgivning än en motsvarande explosion i det fria.



*Figur 4.4 Skalad avstånd för olika geometriska fall: (a) explosion i det fria från punktkälla med sfärisk utbredning, (b) explosion i det fria från linjekälla med cylindrisk utbredning, (c) explosion i tunnel med plan utbredning.*

Det skalade avståndet  $Z$  används när lastegenskaper från en given sprängladdning på ett godtyckligt avstånd från explosionscentrum skall bestämmas. Översättningen till reella stöt vågsstorheter görs med hjälp av empiriska uttryck såsom behandlas i avsnitt 4.3. Samtliga redovisade uttryck i den här rapporten baserar sig på antagandet att explosionen sker på ett sådant sätt att en sfärisk utbredning är möjlig varför det skalade avstånd  $Z$  definieras i enlighet med ekvation (4.6).

## 4.3 Stötstågsstorheter

### 4.3.1 Orientering

För att bestämma sådana storheter som övertryck, impulstäthet och varaktighet för en given sprängladdning på ett godtyckligt avstånd är det inte praktiskt lämpligt att utföra ett försök eller en olinjär numerisk beräkning. Istället har ett antal empiriska uttryck, som beskriver sambanden mellan dessa parametrar, tagits fram. Dessa uttryck är baserade på ett stort antal försök och är begränsade till att beskriva vilka storheter som erhålls vid en fri avlastning eller då explosionen sker i kontakt med en yta, en såkallad hemisfärisk explosion.

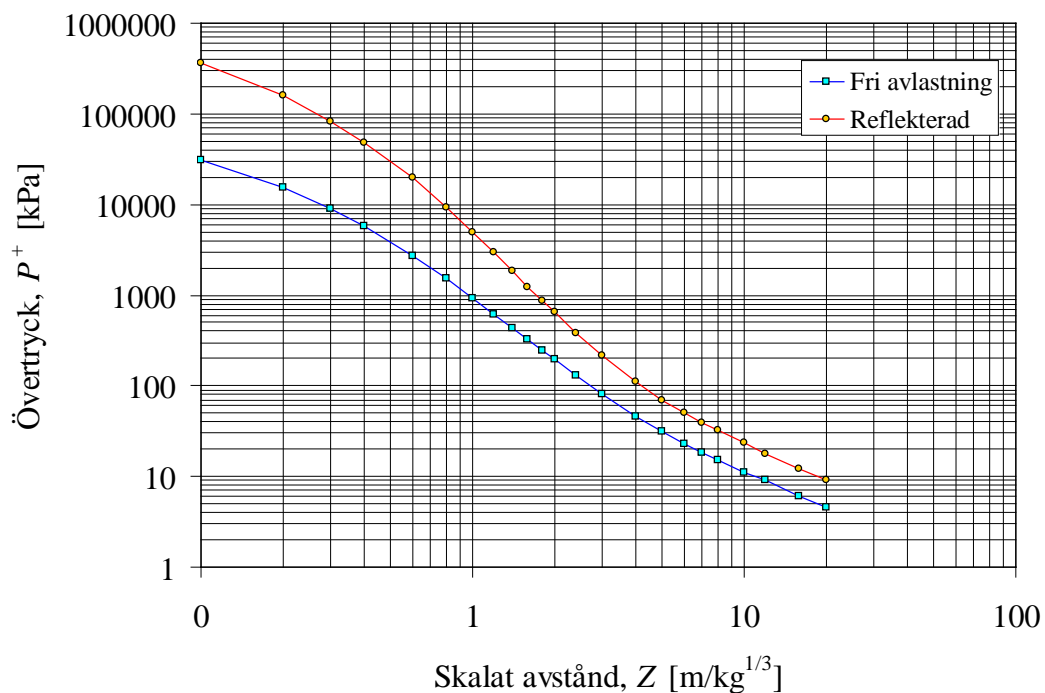
I det här avsnittet samt Bilaga G presenteras och jämförs de uttryck som hittats i litteraturen. Av dessa är kanske de som ingår i Kingery och Bulmash (1984) de mest nyttjade eftersom dessa förutom i ConWep (1992) även tillämpas i LS 2000 (2000). FortH 2 (1991) nyttjar samband redovisade i Baker (1973). Som jämförelse redovisas dock här även samband hämtade från Kinney och Graham (1985) samt Försvarsmakten (2000).

Samtliga empiriska uttryck använder sig av det skalade avstånd  $Z$  som beskrivs i avsnitt 0. Vidare nyttjas vikt TNT uttryckt i massa kg (omräknat från amerikanska enheter där så nödvändigt) som standardenhet för att uttrycka laddningens storlek. Om tryck och impulstätheter etc. söks för en annan typ av sprängämne än TNT skall laddningsstorleken först modifieras så som beskrivs i avsnitt 4.4.

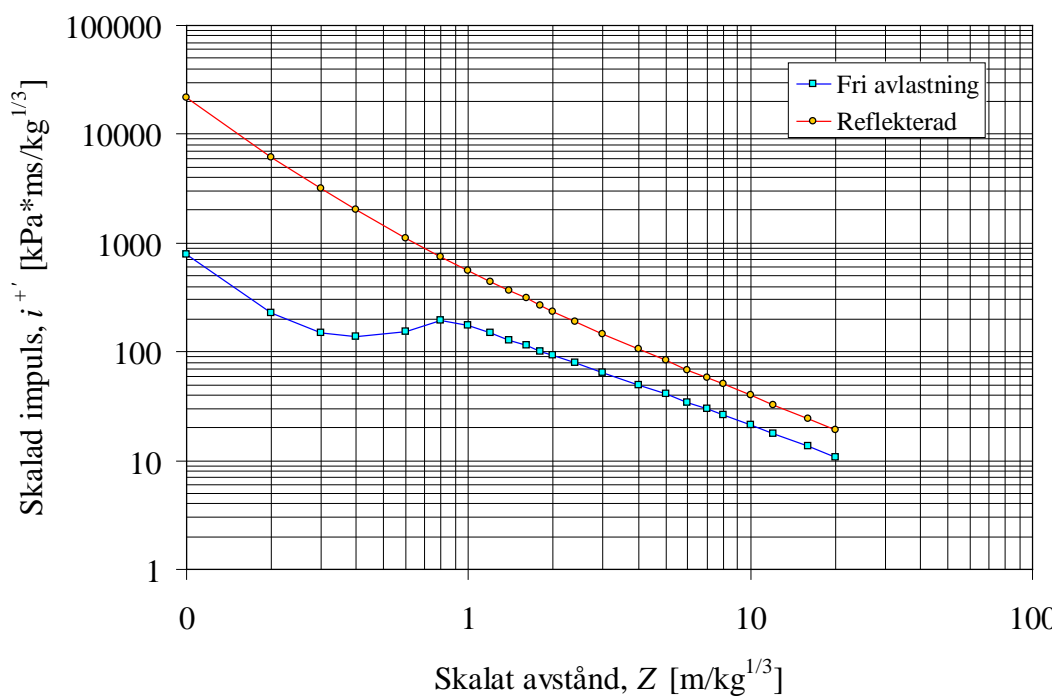
### 4.3.2 Samband enligt ConWep (1992)

ConWep (1992) är ett program sammanställt av amerikanska försvaret och erbjuder bland annat möjligheten att utgående från en given mängd av ett antal olika sprängämnen ta fram stötstågsparametrar såsom övertryck, impulstäthet, stötstågshastighet etc. Eftersom ConWep i denna rapport på flera ställen nyttjas för att verifiera/jämföra härledda uttryck redovisas här samband för övertryck, skalad impulstäthet, skalad ankomsttid och varaktighet samt stötstågshastighet och partikelhastighet vid fri avlastning, se figur 4.5 till 4.8. Redovisade samband har skapats utgående från värden i tabell B.2. De matematiska uttryck i form av polynomfunktioner som nyttjas i ConWep är hämtade från Kingery och Bulmash (1984) och redovisas i Bilaga G.

## Luftstövåg

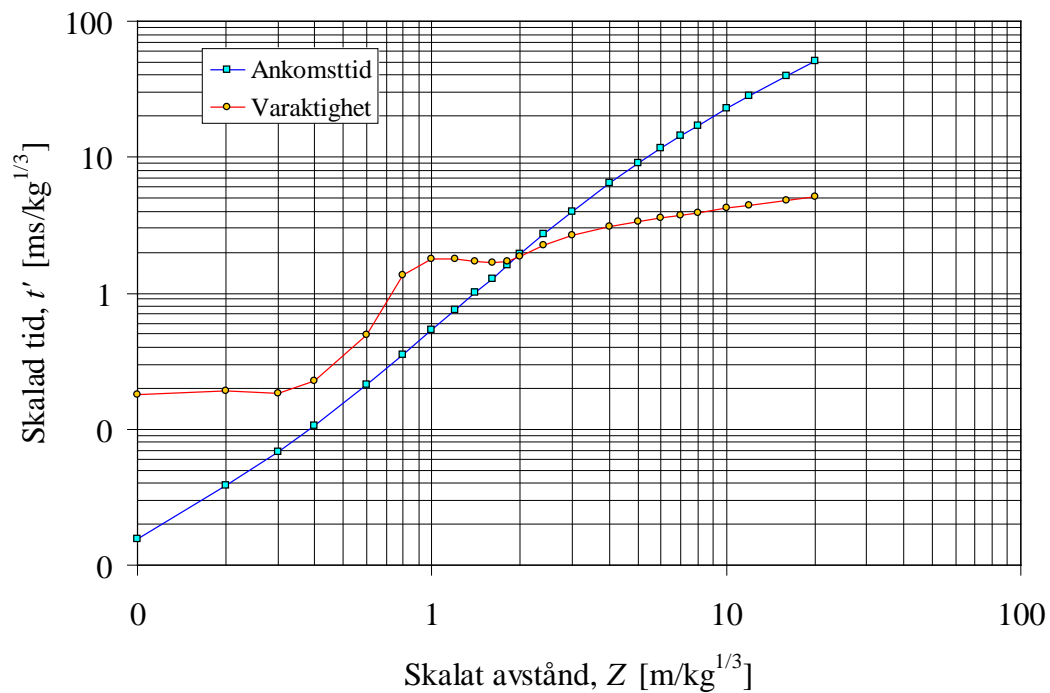


Figur 4.5 Reflekterat och oreflekterat övertryck som funktion av det skalade avståndet. Från ConWep (1992).

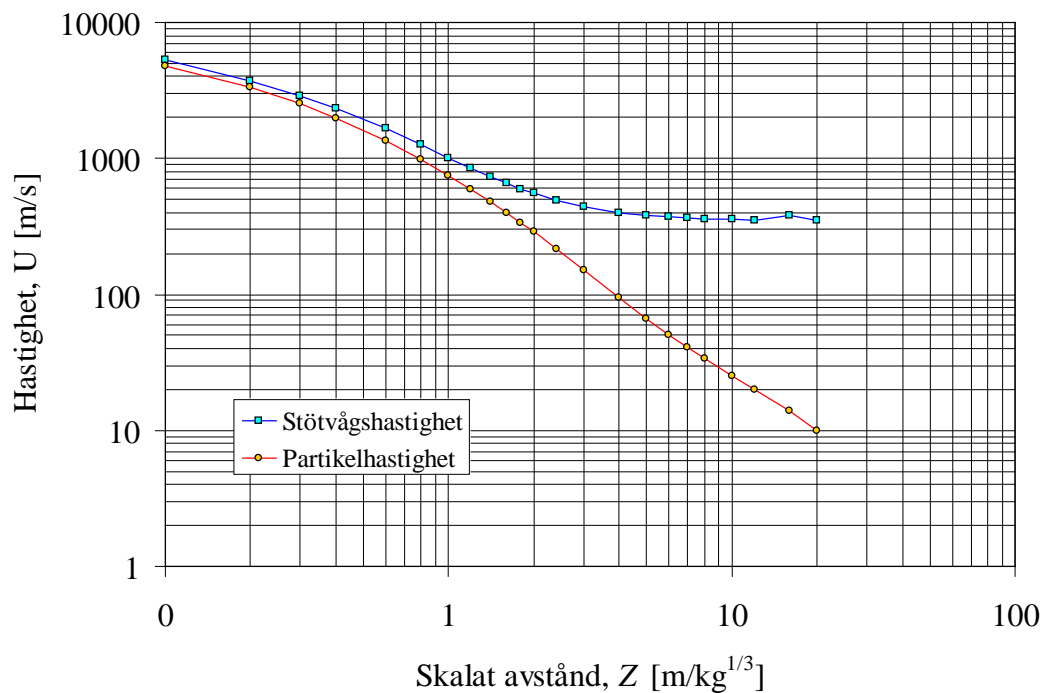


Figur 4.6 Reflekterad och oreflekterad impulstäthet som funktion av det skalade avståndet. Från ConWep (1992).

## Luftstövåg



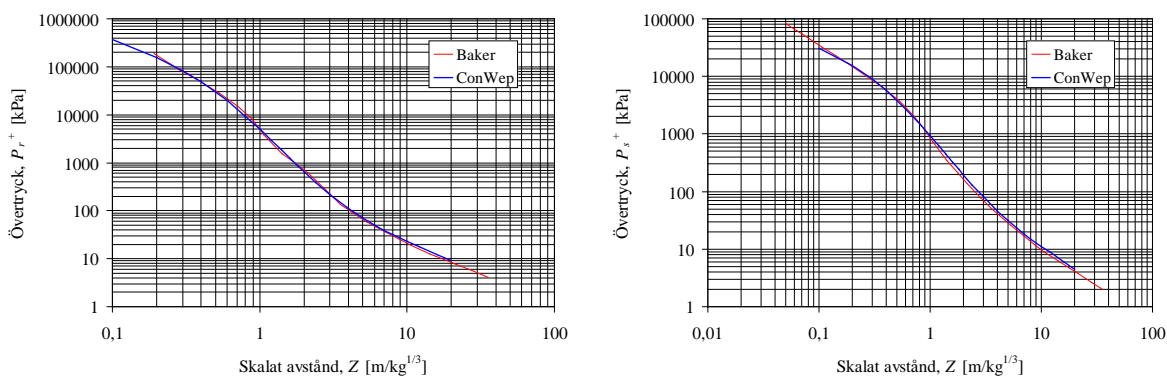
Figur 4.7 Ankomsttid och varaktighet som funktion av det skalade avståndet. Från ConWep (1992).



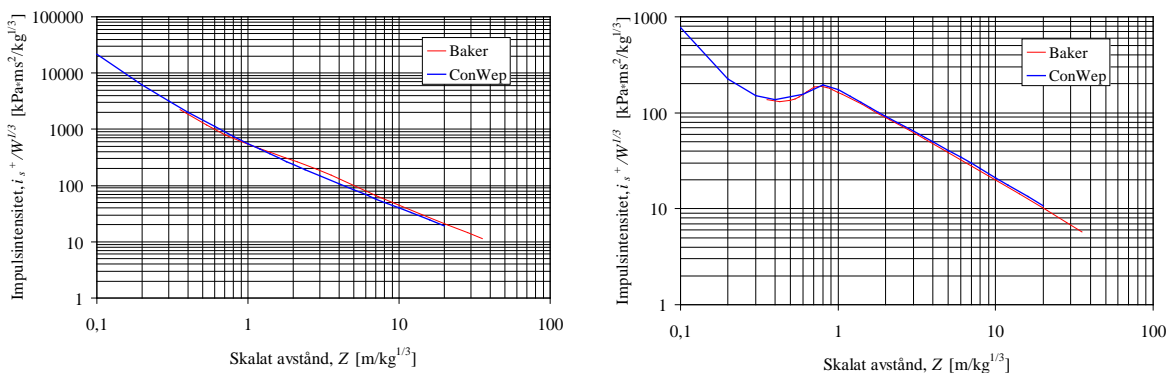
Figur 4.8 Stötvågshastighet och partikelhastighet som funktion av det skalade avståndet. Från ConWep (1992).

### 4.3.3 Jämförelse med Baker (1973)

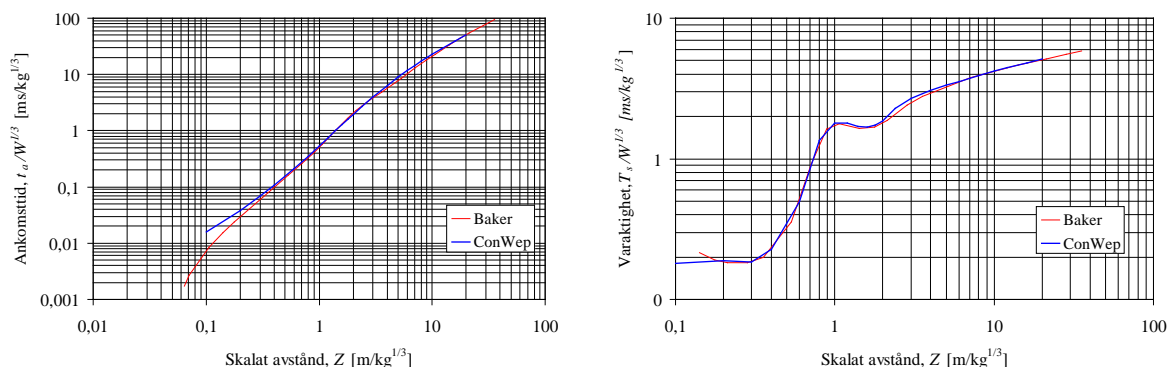
I Baker (1973) redovisas utförliga data för kurvor beskrivande de stötvågsparametrar och stötvågsstorheter som hör samman med en stötvåg. I figur 4.9 jämförs dessa med motsvarande värden från ConWep (1992). I Bilaga G redovisas även samtliga värden från Baker (1973) i tabellform.



Figur 4.9a Reflekterat och oreflekterat övertryck som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



Figur 4.9b Reflekterad och oreflekterad impulstäthet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



Figur 4.9c Ankomsttid och varaktighet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).

#### 4.3.4 Jämförelse med Kinney och Graham (1985)

Ett antal uttryck för övertryck, impulstäthet samt varaktighet ges i Kinney och Graham (1985). Bakgrunden till dessa uttryck anges inte varför det är oklart huruvida det är Kinney och Graham själva som tagit fram dem eller om de är hämtade från någon annan källa. Med anledning av detta framgår det inte heller hur dessa uttryck har tagits fram. En jämförelse med några andra här redovisade samband görs i figur 4.10 och 4.11 i avsnitt 4.3.4.

Övertryck  $P_s^+$  ges som.

$$\frac{P_s^+}{P_0} = \frac{808 \left[ 1 + \left( \frac{Z}{4,5} \right)^2 \right]}{\sqrt{1 + \left( \frac{Z}{0,048} \right)^2} \sqrt{1 + \left( \frac{Z}{0,32} \right)^2} \sqrt{1 + \left( \frac{Z}{1,35} \right)^2}} \quad (4.10)$$

där  $Z$  är skalat avstånd så som beskrivs i avsnitt 4.2. Varaktigheten  $t^+$  tecknas som

$$\frac{t^+}{W^{1/3}} = \frac{980 \left[ 1 + \left( \frac{Z}{0,54} \right)^{10} \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{Z}{0,02} \right)^3 \right] \left[ 1 + \left( \frac{Z}{0,74} \right)^6 \right] \sqrt{1 + \left( \frac{Z}{6,9} \right)^3}} \quad (4.11)$$

och impulstäthet  $i^+$  fås som

$$\frac{i^+}{W^{1/3}} = \frac{0,067 \sqrt{1 + \left( \frac{Z}{0,23} \right)^4}}{Z^2 \sqrt[3]{1 + \left( \frac{Z}{1,55} \right)^3}} \quad (4.12)$$

där  $W$  är massa TNT givet i kg.

Kinney och Graham ger även motsvarande uttryck för övertryck och varaktighet för kärnvapenexplosioner. Denna explosionstyp behandlas dock mycket sparsamt i denna rapport. För fullständighetens skull återges här dock uttrycket för övertryck av en kärnvapenexplosion eftersom detta uttryck använts i samband med framtagandet av figur 4.13 (i avsnitt 4.4).

$$\frac{P_s^+}{P_0} = 3,2 \cdot 10^6 \frac{\sqrt{1 + \left( \frac{Z}{87} \right)^2} \left[ 1 + \frac{Z}{800} \right]}{Z^3} \quad (4.13)$$



#### 4.3.5 Jämförelse med Försvarsmakten (2000)

Försvarsmakten (2000) innehåller matematiska uttryck för beräkning av övertryck samt impulstäthet vilka återges nedan. Som referens för nedanstående värden anges ConWep (1992) vilket innebär att de matematiska uttryck som ges i Kingery och Bulmash (1984), och som redovisas i Bilaga G, ligger till grund för här angivna uttryck. Dock har de ursprungliga uttrycken styckats av på ett sådant sätt att överensstämmelsen med dessa i vissa fall påverkas högst märkbart, se figur 4.10 och 4.11. Av detta framgår att det råder en viss (övertryck) respektive avsevärd (impulstäthet) skillnad gentemot de resultat som får från ConWep då de fullständiga uttrycken nyttjas.

Övertrycket anges i Försvarsmakten (2000) som

$$P_s^+ = \frac{10^y}{1000} \text{ [MPa]} \quad (4.14)$$

där

$$y = 2,61 - 1,69\alpha + 0,008\alpha^2 + 0,337\alpha^3 + \dots \quad (4.15)$$

$$\alpha = -0,21 + 0,586 \cdot \ln(Z) \quad (4.16)$$

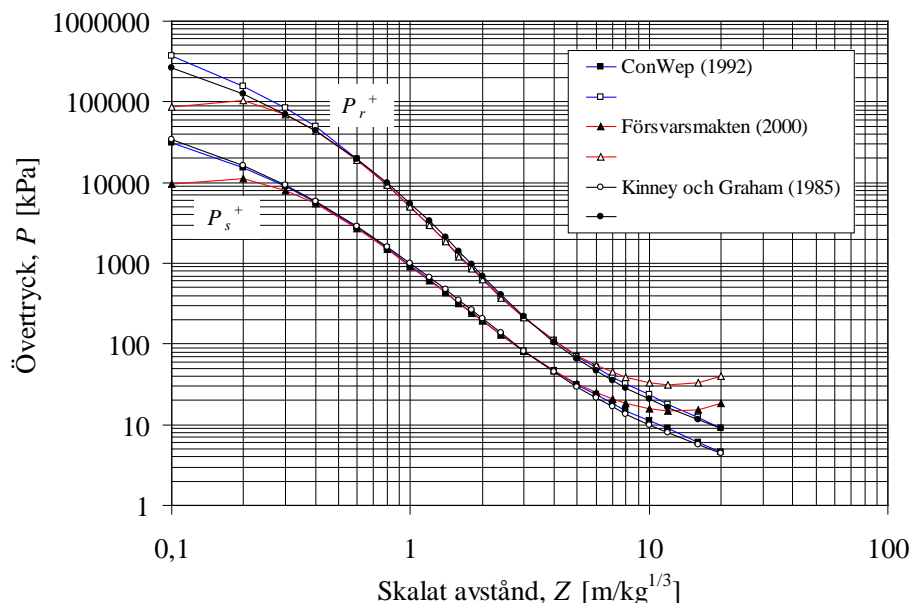
$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,053 < Z < 40 \quad (4.17)$$

och  $r$  betecknar avstånd till detonationscentrum och  $W$  mängden TNT mätt i kg. För beräkning av det reflekterande trycket anges att

$$\Lambda = \frac{P_r^+}{P_s^+} = \frac{8P_s^+ + 1,4}{P_s^+ + 0,7} \quad \text{då} \quad P_s^+ < 0,7 \text{ MPa} \quad (4.18)$$

$$\Lambda = \frac{P_r^+}{P_s^+} = 5 + 3,5 \cdot \log\left(\frac{P_s^+}{0,7}\right) \quad \text{då} \quad P_s^+ \geq 0,7 \text{ MPa} \quad (4.19)$$

där trycket anges i enheten MPa. Ekvation (4.18) är densamma som anges i ekvation (3.36) i avsnitt 3.3.2 under förutsättning att trycket hos ostörd luft approximerats som  $P_0 = 0,1$  MPa. Varifrån uttrycket i ekvation (4.19) är hämtat är oklart (återfinnas ej i Kingery och Bulmash) men är ett framgångsrikt försök att beskriva den reflektionskoefficient som erhålls då  $\gamma$  varierar med trycket. En jämförelse med ConWep (1992), se figur 4.9, visar dock att reflekterat och oreflekterat övertryck inte överensstämmer för låga eller höga värden på det skalade avståndet  $Z$ . I ekvation (4.17) anges att uttrycket för  $P_s^+$  i ekvation (4.14) kan användas då  $0,053 < Z < 40$ . Denna begränsning är hämtat från Kingery och Bulmash men stämmer inte riktigt med den förenkling av uttrycket som har gjorts i Försvarsmakten (2000). Med uttryck enligt ovan borde en bättre begränsning istället vara  $0,3 \leq Z \leq 6$  där god överensstämmelse råder i jämförelse med ConWep. Utanför detta område blir avvikelser för stora. Detta är särskilt tydligt för mycket små samt måttligt stora värden på det skalade avståndet – exempelvis fås ett ökande övertryck då  $Z > 10$ .



Figur 4.10 Reflekerat och oreflekerat övertryck som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan ConWep (1992), Försvarsmakten (2000) samt Kinney och Graham (1985).

Impulstäthet fås ur

$$i_s^+ = \frac{10^y \cdot W^{1/3}}{1000} \quad [\text{kPas}] \quad (4.20)$$

Då  $0,053 < Z < 0,792$  gäller

$$y = 2,39 - 0,44\alpha + 0,169\alpha^2 + \dots \quad (4.21)$$

$$\alpha = 2,347 + \ln(Z) \quad (4.22)$$

Då  $0,792 < Z < 40$  gäller

$$y = 1,55 - 0,405\alpha - 0,0143\alpha^2 + \dots \quad (4.23)$$

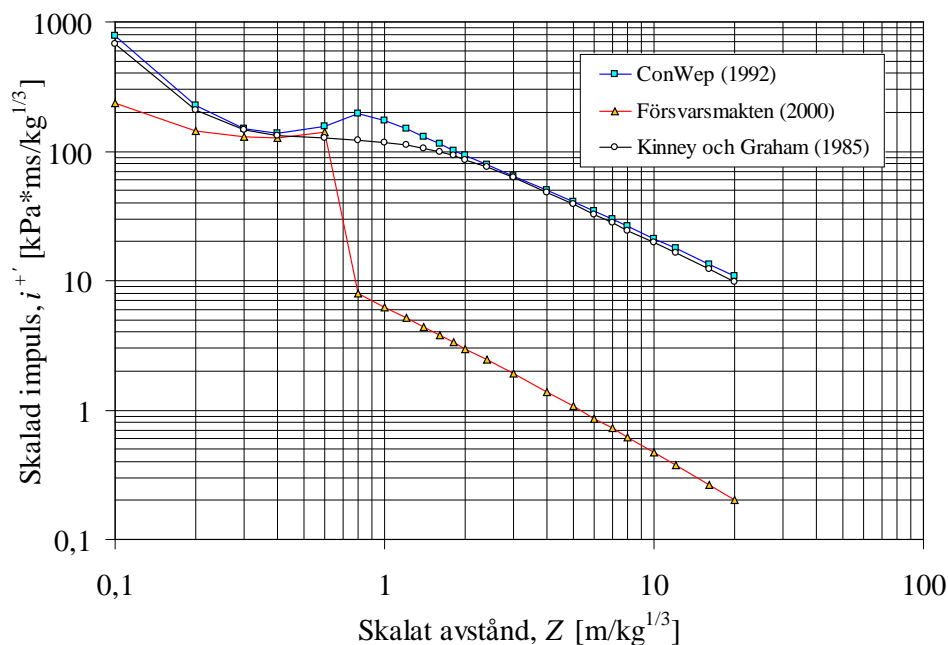
$$\alpha = 1,75 + \ln(Z) \quad (4.24)$$

För den oreflekerade impulstätheten är skillnaden mellan Försvarsmakten (2000) och ConWep (1992) mycket stor då  $Z \geq 0,8$ , se figur 4.10. För lägre värden på  $Z$  är skillnaden som mest omkring en faktor 3 men ovan denna gräns ökar skillnaden till en faktor på mellan 20 och 50. Orsaken till detta är densamma som för övertryck, dvs. att uttrycken i ekvation (4.21) till (4.24) har kortats av för mycket jämfört med de ursprungliga sambanden som återges i Bilaga G.

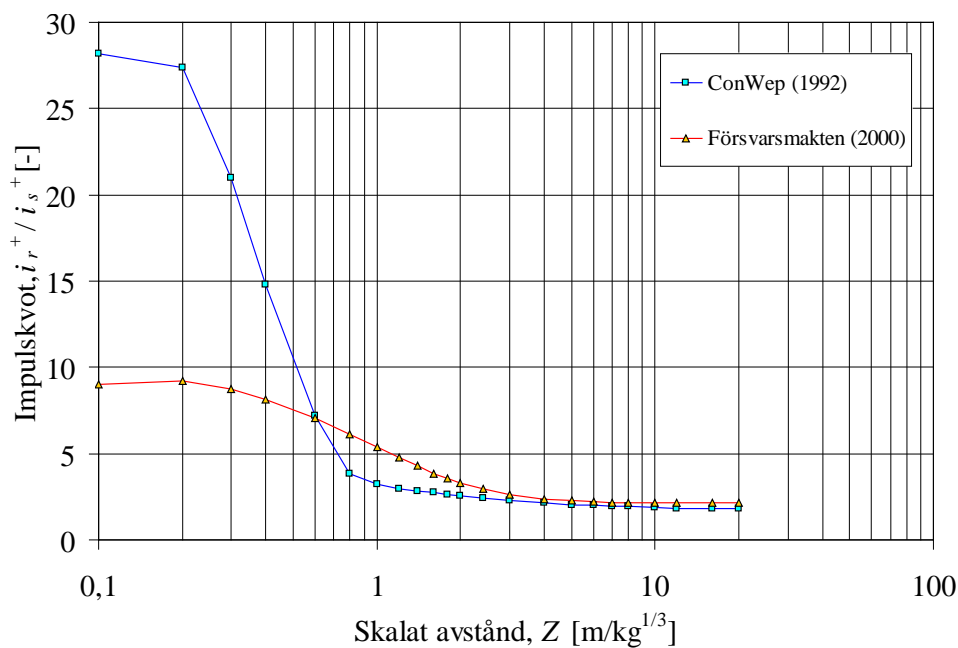
Avslutningsvis anges i Försvarsmakten (2000) att

$$\frac{i_r^+}{i_s^+} = \frac{P_r^+}{P_s^+} \quad (4.25)$$

vilket kan användas för att uppskatta den reflekterande impulstätheten  $i_r^+$ . Den jämförelse med ConWep (1992), avseende impulskvoten, som görs i figur 4.12 antyder dock att denna approximation stämmer dåligt för låga värden på det skalade avståndet  $Z$ . Någon begränsning när detta samband kan användas ges inte men av figur 4.12 att döma är överensstämmelsen acceptabel då  $Z \geq 3$ . Detta kan jämföras med den rekommendation i Baker (1973) som säger att ekvation (4.25) kan användas som approximation när  $2,1 \leq Z \leq 355$ .



Figur 4.11 Oreflekterad impulstäthet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan ConWep (1992), Försvarmakten (2000) samt Kinney och Graham (1985).



Figur 4.12 Kvoten av reflekterad och oreflekterad impulstäthet. Jämförelse mellan ConWep (1992) och Försvarmakten (2000).

### 4.4 Sprängämnets inverkan

Då det talas om stötvågor orsakade av explosioner skiljs det vanligtvis på explosioner orsakade av TNT-laddningar och explosioner orsakade av kärnladdningar. Den senare innehåller en betydligt större energimängd och anges ofta i kiloton TNT, dvs. den energimängd som utlöses då 1000 ton TNT detonerar. Detta är en avsevärt större sprängladdning än vad som är möjligt att uppnå med såkallade konventionella sprängmedel. Som jämförelse kan nämnas att de tyngsta bomberna som USA använde vid sina bombningar av Kabul i oktober 2001, enligt svensk media, uppgick till sju ton.

Det finns en stor mängd andra preparat som kan nyttjas för att generera en explosion och den därvid resulterande stötvågsutbredningen. Omfattande undersökningar med olika typer av sprängmedel har visat att resulterande övertryck och impulsinhåll varierar beroende på sprängämne och avstånd. Det har enligt Baker (1973) dock fastslagits att de generella egenskaperna hos en stötvåg är likvärdiga, oberoende av vilken typ av sprängämne som används. Härvid är det möjligt att förenkla nyttjandet av olika sprängämnestyper genom att relatera dess stötvågsparametrar till ekvivalenta vikter.

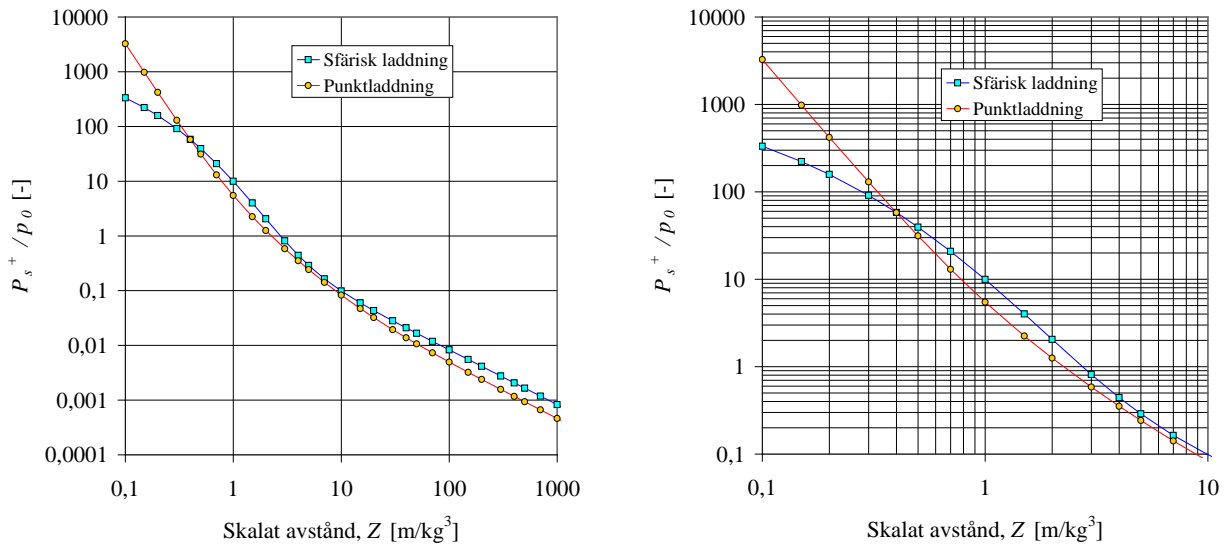
Den fria avlastningens ekvivalenta vikt för ett givet sprängämne är den vikt av ett standardiserat sprängämne (normalt nyttjas TNT som referens) som krävs för att åstadkomma en stötvågsparameter av samma magnitud som det orsakat av en enhetsvikt av det aktuella sprängämnet. Beroende på vilken stötvågsparameter som jämförs kan ett sprängämne dock ha olika ekvivalenta vikter. Dvs. för att åstadkomma samma övertryck  $P_s^+$  som 1 kg TNT kan den ekvivalenta vikten skilja sig för att orsaka samma impuls  $i_s^+$ . Ekvivalenta vikter anges för övertryck samt impuls. Enligt Swisdak (1975) kan dessa värden som approximation även användas för att bestämma ankomsttid och varaktighet - den ekvivalenta vikten härrörande från övertrycket kan användas för att bestämma ankomsttid och motsvarande ekvivalenta vikt tillhörande impulsen nyttjas för att bestämma stötvågens varaktighet.

Det är dock viktigt att poängtera att den ekvivalenta vikten även varierar med avståndet från detonationen, se Swisdak (1975) varför tryck-avståndssambandet för ett givet sprängämne inte nödvändigtvis är proportionellt med tryck-avståndssambandet för TNT. I de flesta fall är det dock tillräckligt att nyttja enbart en ekvivalent vikt, motsvarande ett medelvärde över ett givet tryckområde. I tabell 4.1 redovisas ekvivalenta vikter för olika typer av sprängämnen då hänsyn tagits till maximalt övertryck samt impulstäthet i den positiva fasen. Önskas en noggrannare jämförelse än detta hänvisas till de utförliga grafer som presenteras i exempelvis Swisdak (1975).

Tabell 4.1 Ekvivalent vikt för olika typer av sprängämnen där TNT används som referens. Notera att olika ekvivalenta vikter erhålls för övertryck och impuls. Från ConWep (1992).

Sprängämne	Ekvivalent vikt	
	Övertryck	Impuls
Composite A-3	1,09	1,07
Composite B	1,11	0,98
Composite C-4	1,37	1,19
H-6	1,38	1,15
HBX-1	1,17	1,16
Pentolite	1,42	1,00
RDX	1,14	1,09
TNT	1,00	1,00
Tritonal	1,07	0,96

Faktumet att den ekvivalenta vikten för ett givet sprängämne kan variera för övertryck och impulstäthet antyder att det inte bara är den utlösta energimängden som är av betydelse. Om så varit fallet borde enbart en ekvivalent vikt varit nödvändig och denna hade då inte heller, som nu, varit beroende av avståndet från explosionen. En annan faktor som är av betydelse är enligt Kinney och Graham (1985) den volymmetriska storleken på sprängladdningen. Eftersom densitet och energiinnehåll varierar mellan olika sprängämnen kommer också den totala volymen på sprängladdningen att variera. I figur 4.13 jämförs kvoten  $P_s^+ / p_0$  från en explosion av 1 kg TNT då detta anordnats i en sfärisk laddning respektive en diskret punktkälla. Det senare fallet är karakteriserande för en kärnladdning, vilken har ett väsentligt större energiinnehåll än TNT. Från figuren framgår också några distinkta skillnader. Då sprängämnet har en utbredning i rummet (sfärisk laddning i figur 4.4) erhålls inledningsvis ett lägre övertryck. På något längre avstånd kommer dock separation och jonisering i luftens höga temperatur nära punktkällan reducera den tillgängliga energin så att övertrycket för en kärnladdning minskar i förhållande till vad som erhålls av en sfärisk laddning med TNT. På tillräckligt långa avstånd närmar sig dock de båda kurvorna varandra och enligt Kinney och Graham motsvarar övertrycket orsakat av en sfärisk laddning en punktladdning med ungefär en tredjedel större energiinnehåll. Det kan således konstateras att förutom explosionens energiinnehåll så påverkar även laddningens volymmetriska storlek de resulterande stöt vågparametrarna.

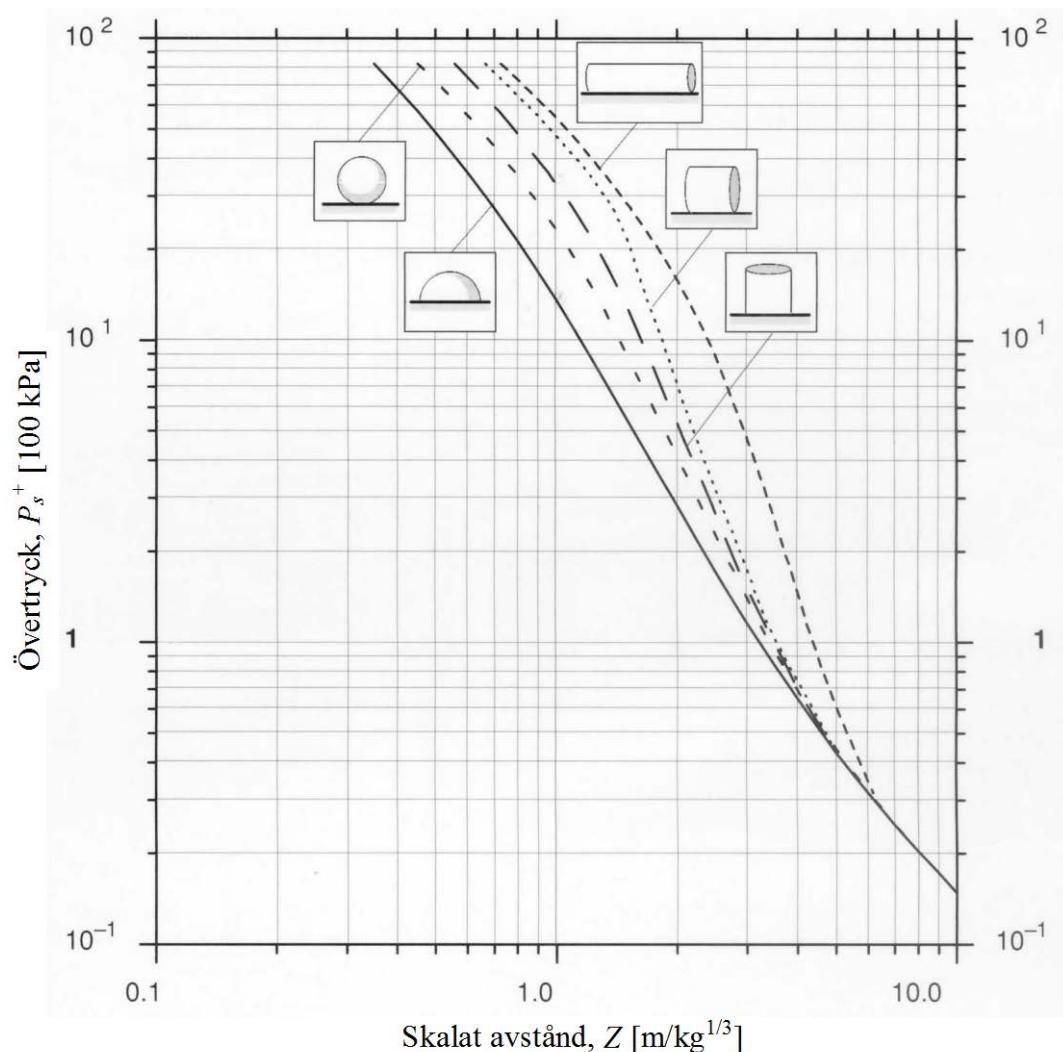


**Figur 4.13** Jämförelse av övertrycksquot  $P_s^+ / P_0$  som funktion av skalat avstånd för en explosion av 1 kg TNT utformad som en sfärisk laddning samt en punktladdning. Sambandet där  $P_s^+ \geq 0,1P_0$  visas även i en uppförstorad version.

Det finns flera anledningar till varför olika typer av sprängämnen genererar olika tryck- och impuls samband. Den kanske enklaste förklaringen är att de inte innehåller samma energimängd/viktenhet. Detta innebär således att exempelvis ett kg TNT och ett kg Composite A-3 vid en detonation släpper lös olika stora energimängder. Av tabell 4.1 framgår dock att den ekvivalenta vikten ej är densamma för övertryck och impuls varför det även måste finnas någon annan faktor som påverkar egenskaperna hos den resulterande stötvågen. Figur 4.13 visar att det råder relativt stor skillnad på resulterande övertryck då explosionskällans energimängd är densamma men av skild geometrisk storlek. Energiintensiteten inom den påverkade volymen har således en betydande inverkan av hur stötvågen utvecklar sig. En viktig faktor blir därmed även med vilken hastighet som den i sprängämnet inneslutna energin kan frigöras samt vilken inverkan som dess spränggasar har på den omgivande luften. På samma sätt som det är möjligt att numeriskt beräkna hur en stötvåg expanderar i luft är det också möjligt att, med användandet av rätt materialmodeller, teoretiskt beräkna hur energifrigörelsen i ett sprängämne går till. Detta ligger dock utanför den här rapportens område och behandlas därför inte heller vidare här. För en grundläggande genomgång av detta område, se exempelvis Meyers (1994).

## 4.5 Inverkan av laddningens utseende

Förutom mängden samt typ av sprängämne som ger upphov till en explosion så har även laddningens geometriska utformning en icke försumbar inverkan. I figur 4.14 illustreras vilken effekt som laddningens geometri har på det oreflekterade övertrycket för en explosion som sker nära markytan (en så kallad hemisfärisk explosion, se avsnitt 3.3.5). En viktig anledning till att laddningens geometriska utformning kan ha stor inverkan är att dess volymeteriska spridning kan gå övergå från sfärisk till cylindrisk utbredning. På längre avstånd minskar dock laddningens utformning i betydelse.



Figur 4.14 Inverkan av laddningens geometri på en hemisfärisk laddning. För cylindrar syftar redovisade samband på det skalade avståndet vinkelrätt mot dess längdaxel. Baserad på LS 2000 (2000).

## 5 Diskussion

### 5.1 Orientering

I detta avsnitt tas en del oklarheter och/eller konstigheter upp ur det material som presenterats i kapitel 3 och kapitel 4. Vidare används detta kapitel till att ytterligare lyfta fram valda delar av rapportens innehåll. Hänvisningar görs till de aktuella avsnitten och kompletteras där så anses nödvändigt med ytterligare figurer och ekvationer nedan. De delar som behandlas i diskussionen är:

- Polynom för luftens tillståndsekvation
- Speglingsfaktor i ConWep gentemot nyttjade samband
- Koppling mellan stötvågsp parametrar
- Empiriska samband för varaktighet och impulstäthet

### 5.2 Polynom för luftens tillståndsekvation

Såsom framgår av avsnitt 3.1.5 är det ett vanligt antagande att sätta värmekapacitetskvoten  $\gamma$  till 1,4. Såsom illustreras i Bilaga B kan denna approximation dock få betydande konsekvenser för stötvågor med hög styrka. I numeriska analyser vilka simulerar en explosion kan det därför vara av stor vikt att kunna beskriva luftens tillståndsekvation bättre än med antagandet av en ideal gas med  $\gamma = 1,4$ . Av Figur B.2 framgår tydligt att den ändring av värmekapacitetskvoten  $\gamma$  som erhålls vid tryck högre än omkring 1000 kPa leder till en märkbar förändring i sambandet. Vid ingångsdata av luftens tillståndsekvation i numeriska beräkningsprogram är det dock inte nödvändigt att ange den analytiskt riktiga ekvationen. Istället kan det vara rimligt att nyttja en approximation för detta i form av ett polynom, framtaget med hjälp av minsta kvadratmetoden, för att inom givna begränsningar approximativt beskriva luftens tillståndsekvation.

Med anledning av detta tas det nedan fram ett polynomuttryck som kan användas i dylika programvaror för att bättre kunna beskriva luftens tillståndsekvation. Ofta uttrycks ett materials tillståndsekvation som en funktion mellan trycket  $P$  och kompressionen  $\mu$  där den senare enligt Bilaga B kan uttryckas som

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (5.1)$$

I ekvation (B.101) ges sambandet mellan trycket  $P$  som funktion av densiteten  $\rho$  som

$$P = \frac{(\gamma - 1)(k + 1)\rho - (\gamma - 1)(k - 1)\rho_0}{(\gamma + 1)(k - 1)\rho_0 - (\gamma - 1)(k - 1)\rho} P_0 \quad (5.2)$$

där  $\gamma = \gamma(P)$  enligt figur 3.2 och  $k = 1,4$ . Utgående från detta kan densiteten tecknas som en funktion av trycket

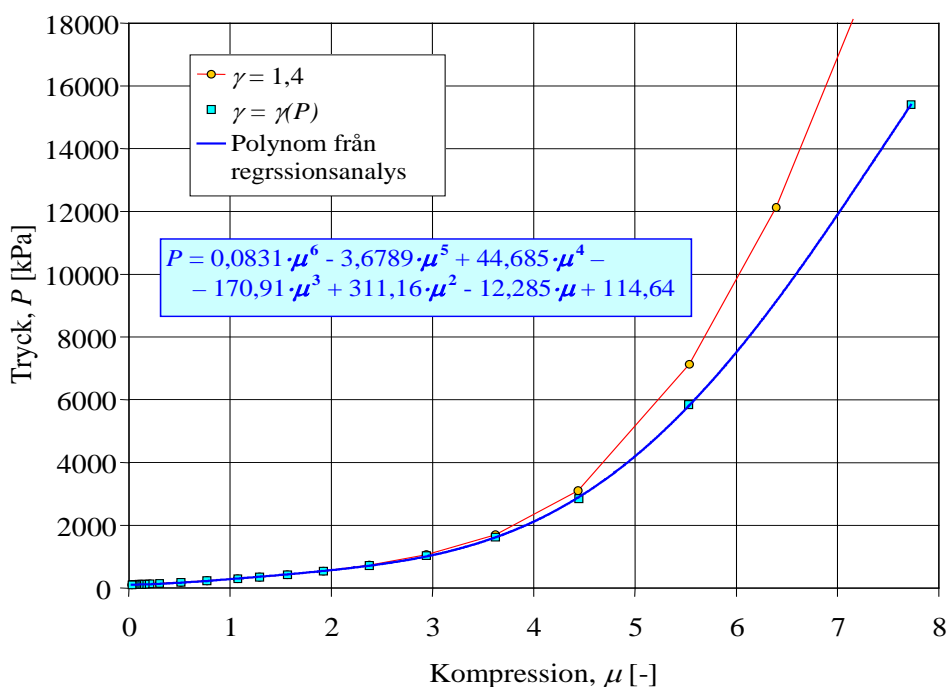


$$\rho = \frac{(\gamma + 1)(k - 1)P - (\gamma - 1)(k - 1)P_0}{(\gamma - 1)(k + 1)P_0 + (\gamma - 1)(k - 1)P} \rho_0 \quad (5.3)$$

varvid ekvation (B.14) efter förkortning kan skrivas om som

$$\mu = \frac{2(k - 1)P - 2(\gamma - 1)P_0}{(\gamma - 1)(k + 1)P_0 + (\gamma - 1)(k - 1)P} \quad (5.4)$$

Detta uttryck överensstämmer med de samband som nyttjas i ConWep (1992) och jämförs i figur 5.1 med vad som erhålls om  $\gamma = k = 1,4$ . Utgående från dessa värden har en regressionsanalys utförts där ett polynom av sjätte graden tagits fram för att beskriva luftens tillståndsekvation för tryck upp till 16 000 kPa. För högre tryck är uttrycket inte tillämpligt. Ett polynomuttryck anpassat för högre tryck kan dock bestämmas utgående från ekvation (5.2) med nyttjande av värden på  $\gamma$  enligt figur 3.2.



Figur 5.1 Samband mellan totalt tryck  $P$  och kompression  $\mu$  enligt ekvation (5.2) då den specifika värmekapacitetskvoten är konstant (1,4) eller tecknas som en funktion av det yttre trycket  $P$  enligt figur 3.2.

### 5.3 Speglingsfaktor i ConWep

I avsnitt 3.3.5 redogörs för begreppet spegling. I ett idealt fall, där ingen energi från en explosion går ner i marken, erhålls en speglingsfaktor på 2,0. Detta är också det värde som nyttjas i exempelvis FortH 2 (1991). I realiteten är en dylik speglingsfaktor dock alltid mindre än 2,0 eftersom en viss energiförlust alltid erhålls. Baker (1973) har med hänsyn till dylika energiförluster uppskattat speglingsfaktorn till att vara 1,8. Detta är också den faktor som nyttjats vid omvandling av de resultat av hemisfäriska explosioner som redovisas i Kinney (1968), se Bilaga G, att gälla för explosioner med möjlighet till fri avlastning.

De samband som redovisas i Kingery och Bulmash(1984) och som sedan nyttjas i ConWep (1992) är delvis baserade på dessa omvandlade värden från Kinney (1968) varför det kan tyckas att den speglingsfaktor som erhålls här också borde vara den ovan nämnda speglingsfaktorn på 1,8. Av figur 3.17 framgår dock att så inte är fallet. Där visas istället att speglingsfaktorn ligger kring 1,6-1,7 för övertryck lägre än 2000 kPa för att därefter sjunka tämligen drastiskt och nå en speglingsfaktor på omkring 1,3 vid ett övertryck av 10000 kPa. Denna inkonsekvens är en följd av att övertycket för explosion med fri sfärisk avlastning i Kingery och Bulmash (1984) baseras på en stor andel olika referenser medan den för hemisfärisk explosion är fullständigt baserad på Kingery (1968), se Bilaga G.

Denna skillnad antyder att nyttjandet av en konstant speglingsfaktor möjligen skall ifrågasättas. Istället pekar jämförelsen i figur 3.17 på att speglingsfaktorn borde minska vid kraftigare sprängladdningar. Dvs. att för större sprängladdningar går procentuellt sett en större andel av den utlösta energin ner i marken. Den ovan nyttjade speglingsfaktorn på 1,8 skall således inte uppfattas som någon heltäckande sanning utan skall istället ses som en approximation som nyttjats för att kunna jämföra resultat från hemisfäriska explosioner med explosioner där fri avlastning varit möjliga. Förutom sprängstyrkans storlek synes det dessutom rimligt att markunderlagets sammansättning spelar inte icke försumbar roll i vilken speglingsfaktor som erhålls. Med anledning av detta finns det således ytterligare skäl att betrakta framtagna empiriska samband med viss försiktighet eftersom viktiga antaganden nyttjade vid utvärderingen av aktuella försöksresultat stundtals kan vara något inkonsekventa.

### 5.4 Koppling mellan stötvågsparametrar

I Bilaga B jämförs sambandet mellan olika stötvågsparametrar enligt däri härledda uttryck med motsvarande samband från ConWep (1992). Utgående från denna jämförelse kan det konstateras att överensstämmelsen av koppling som finns mellan de olika parametrarna är god mellan ConWep och ekvationerna i Bilaga B. De små skillnader som kan observeras då  $\gamma = \gamma(P)$ , beror på att olika värden på  $\gamma$  framför och bakom stötvågsfronten ej har beaktats vid framtagandet av nyttjade samband, se avsnitt B.3. Effekten av detta är dock liten varför samband i Bilaga B kan nyttjas med god precision.

Det är viktigt att poängtera vikten av att nyttja ett representativt värde på luftens värmekapacitetskvot  $\gamma$ , dvs. att låta  $\gamma$  vara en funktion av trycket  $P$  enligt figur 3.2, och inte nyttja den vanligt förekommande approximationen att  $\gamma = 1,4$ . Den skillnad som annars erhålls i sambanden mellan de olika stötvågsparametrarna redovisas i de jämförelser som redovisas i Bilaga C.

### 5.5 Empiriska samband för varaktighet och impulstäthet

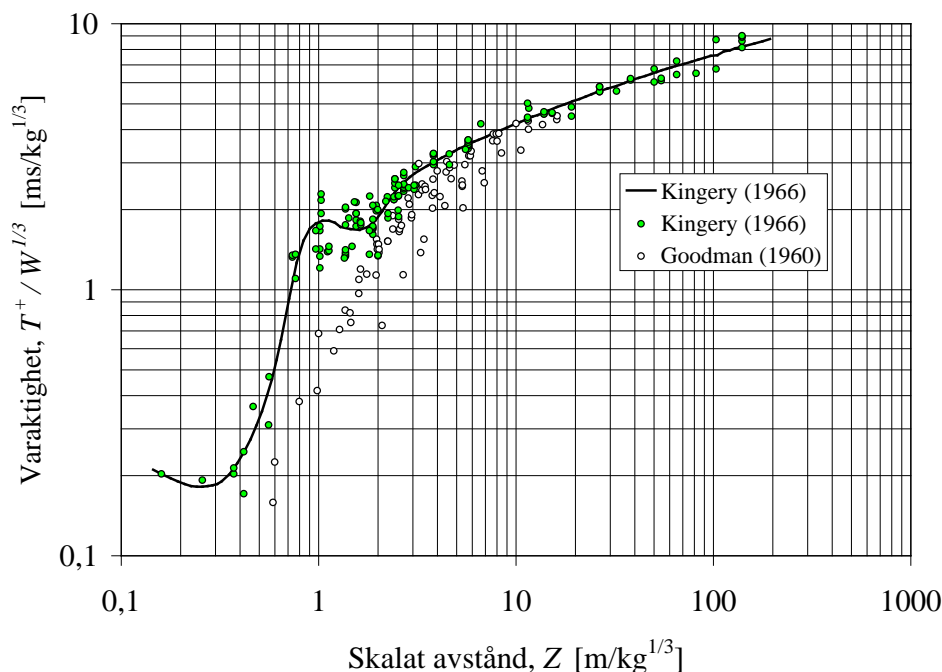
De empiriska samband som redovisas i avsnitt 4.3 och Bilaga G är baserade på en stor mängd försöksdata från ett flertal olika referenser där nyttjad utvärderingsmetodik har varierat. Huvuddelen av dessa utvärderingar tycks inte ha utförts med någon typ av regressionsanalys utan verkar istället ha framtagits med ögats hjälp, kombinerat med enklare matematiska feluppskattningsmetodiker, se avsnitt G.4. Resultande samband redovisas därför inte heller på någon form av matematiskt uttryck utan ges istället i form av tabellerade värden.

Undantaget till detta är de uttryck som ges i Kinney och Graham (1985), vars ursprung är oklart, samt Kingery och Bulmash (1984). De senare har tagit fram empiriska polynomuttryck med hjälp av minsta kvadratmetoden. Dessa utvärderingar är dock inte baserade på de ursprungliga försöksresultaten. Istället har föreslagna samband från ett antal olika referenser nyttjats som indata för framtagandet av de slutliga polynomuttrycken, se avsnitt B.2. Denna metodik, att inte nyttja ursprunglig grunddata, kan dock ifrågasättas. Genom att använda de samband som tagits fram utgående från olika referenser blir det inte möjligt att på ett riktigt sätt beakta mängden försöksresultat som ligger bakom respektive kurva. Härigenom kan ett samband eller del av ett samband baserat på ett relativt litet antal försök få en orimligt stor genomslagskraft. Huruvida detta på något sett har beaktats av Kingery och Bulmash i deras framtagande av resulterande samband framgår dock inte. Vidare förlorar en dylik regressionsanalys en betänklig del av sitt värde eftersom de data, i form av föreslagna samband, som den nu utgår från samband som i sin tur är framtagna med en metodik som kan ifrågasättas. Exempel på detta utgörs av de samband som återges i exempelvis ConWep (1992) för oreflekterad impulstäthet och varaktighet, se figur 4.5 respektive 4.6. Detta behandlas mer ingående nedan.

Kingery och Bulmash (1984) har använt sig av Goodman (1960) vilken innehåller resultat från detonationer med laddningar innehållande Pentolite. Eftersom uttryck framtagna av Kingery och Bulmash dock gäller för TNT-explosioner har Goodmans resultat först räknats om i enlighet med vad som beskrivs i avsnitt 4.4. Den ekvivalenta vikten som nyttjats vid denna omvandling har dock satts till 1,17 vilket kan jämföras med 1,00 som anges i tabell 4.1 för impulstätheten. Mills *et al.* (1964) går igenom ett antal referenser och har utgående från dessa sammanställt vilken ekvivalenta vikt som nyttjats för att omvandla explosion av Pentolite till TNT. Presenterade ekvivalenta vikter varierar mellan 1,06 och 1,24, beroende på referens samt vilket skalat avstånd som varit aktuellt, varur författarna drar slutsatsen att en ekvivalent vikt på 1,1 mellan TNT och Pentolite synes vara ett rimligt värde. En jämförelse med det värde på 1,46 som anges i tabell 4.1 för framtagning av övertryck, visar på osäkerheten i denna parameter. Detta intryck stärks ytterligare av det faktum att den ekvivalenta vikt som nyttjas av ConWep vid framtagning av stötvågsparametrar för en given explosionssituation är ett medelvärde av ekvivalent vikt vid övertryck respektive impulstäthet. Dvs. för Pentolite nyttjas i ConWep en ekvivalent vikt på  $(1,46 + 1,00) / 2 = 1,23$ .

Med ovanstående som bakgrund finns det visst fog för att ifrågasätta de ”gamla sanningar” som presenteras i exempelvis ConWep. Ett bra exempel på detta är de lokala maxima i varaktighet och impulstäthet som erhålls vid ett skalat avstånd  $Z \approx 1$ , se figur 4.5 och 4.6. Förutom att detta tycks var ett fysikaliskt underligt fenomen (som det är nu kan lastverkan minska om explosionen sker närmare sitt mål) så visar även en jämförelse mellan de samlade försöksresultaten och framtagna samband lite stöd till ett sådant uppförande. För varaktigheten är antalet försökspunkter stort i det aktuella området. Utgående från det samlade intryck som dessa resultat ger är det dock svårt att se en förklaring till den ”dipp” i kurvan som Kingery (1966) föreslår. Istället synes det rimligare att

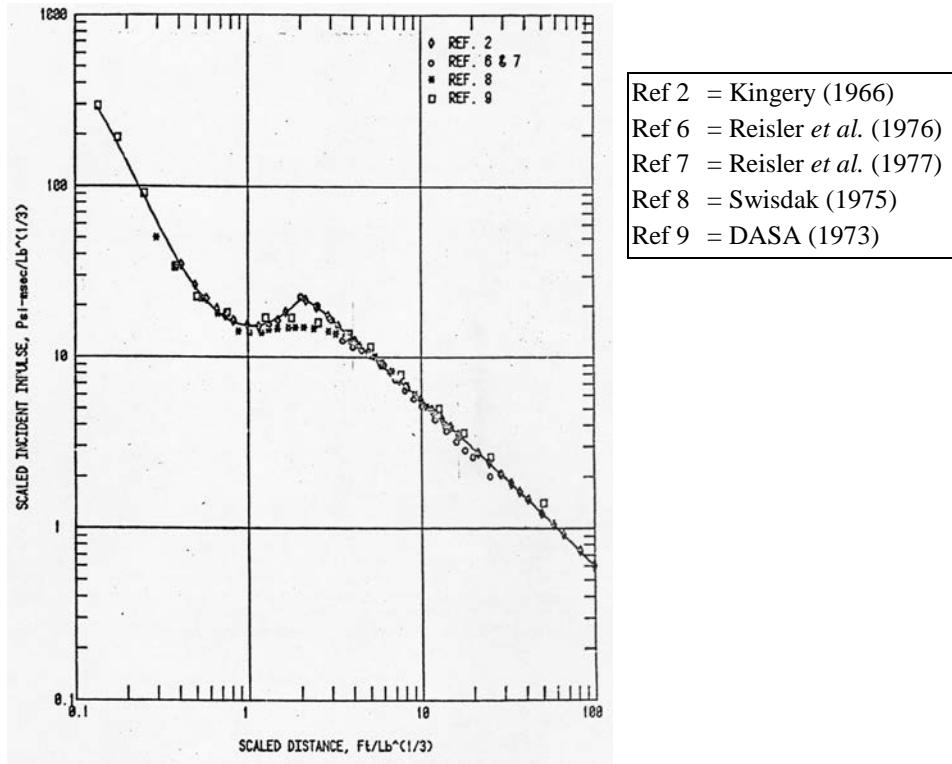
det sker en mjukare övergång i området utan någon lokal maximipunkt. Detta är också vad som erhålls i de försök med Pentolite som presenteras i Goodman (1960), se figur 5.2. På grund av osäkerhet med den ekvivalenta vikten ges där Goodmans värden utan omvandling från Pentolite till TNT. En sådan omräkning resulterar dock endast i en förskjutning av kurvan och påverkar således inte dess principiella utseende. Försöksdata enligt Goodman (1960) återges i Bilaga G.



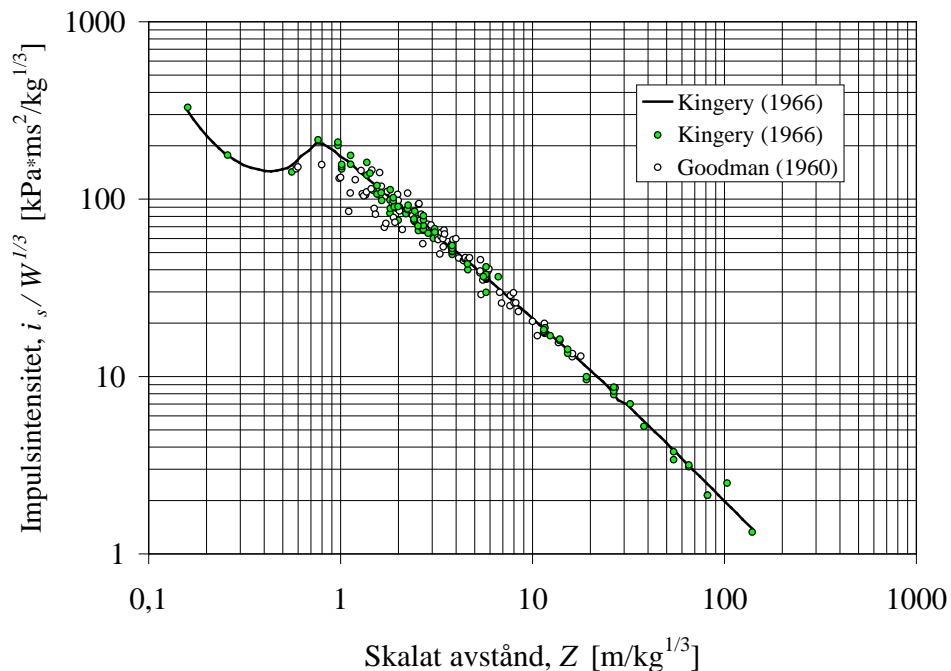
*Figur 5.2 Jämförelse mellan försöksdata för varaktighet enligt Kingery (1966) och Goodman (1960). Heldragen linje motsvarar det samband som Kingery föreslagit utgående från sina försök. Värden från Goodman motsvarar detonation av Pentolite och har inte omräknats att explosion av motsvarande mängd TNT.*

Vad gäller impulstätheten så är mängden försöksdata som presenteras av Kingery (1966) mycket begränsad i det aktuella området – endast tre punkter finns tillgängliga för den kurvdragning som gjorts. Det lilla antalet försöksresultat gör dock att en viss försiktighet bör tas vid utvärderingen av dessa. I den utvärdering som Kingery och Bulmash (1984) gjorde knappt 20 år senare behålls denna ”dipp” i kurvan trots att övriga nyttjade referenser pekar på att den inte borde vara så accentuerad, se figur 5.2. Författarna påpekar själva att den största skillnaden mellan de nyttjade skillnaderna ligger i området  $0,4 \leq Z \leq 1,2$  men underlåter att kommenterar valet av att låta sambandet enligt Kingery (1966) vara styrande gentemot övriga referenser.

Goodman (1960) innehåller även den försöksdata för oreflekterad impulstäthet och jämförs i figur 5.4 med dem presenterade i Kingery (1966). Här, liksom i figur 5.2 är Goodmans värden inte omräknade att gälla för TNT. Av jämförelsen framgår dock att det råder god överensstämmelse i det principiella sambandet för ett skalat avstånd  $Z$  på omkring 1,5 eller högre. Den lokala ”dipp” som Kingery redovisar för lägre värde på  $Z$  återfinns dock inte i Goodmans värden. Det är intressant att notera att Kingery och Bulmash (1984) i sin utvärdering av olika referenser nyttjat Goodmans data för reflekterat och oreflekterat övertryck, reflekterad impulstäthet samt ankomsttid. Av okänd anledning har de dock inte inkluderat Goodmans värden sammanhörande med impulstäthet och varaktighet.



Figur 5.3 Jämförelse av polynomsamband enligt Kingery och Bulmash (1984) med övriga referenser. Observera att diagrammets axlar ej är uttryckta i SI-enheter. Baserad på Kingery och Bulmash (1984).



Figur 5.4 Jämförelse mellan försöksdata för oreflekterad impulstäthet enligt Kingery (1966) och Goodman (1960). Heldragen linje motsvarar samband föreslaget i Kingery. Värderna från Goodman motsvarar detonation av Pentolite och har inte omräknats att explosion av motsvarande mängd TNT.

Med anledning av ovanstående finns det skäl att ställa sig något tvivlande till de samband för varaktighet och oreflekterad impulstäthet som presenteras i bland annat Baker (1973) och ConWep (1992). Den starkt begränsade mängden försöksresultat som ligger till grund för dessa parametrar på ett skalat avstånd  $Z \approx 1$  eller lägre ger tillsammans med de sammanställningar/försöksresultat som redovisas i Goodman (1960), Swisdak (1973) samt DASA (1973), att vedertagna uttryck bör ifrågasättas. Utgående från det material som presenteras i den här rapporten och den diskussion som förts ovan är det därför författarens åsikt att de lokala maxima som återfinns för varaktighet och oreflekterad impulstäthet, i såväl Baker (1973) som ConWep (1992), sannolikt beror på felaktiga utvärderingar av tillgängliga försöksdata. Ett rimligare samband torde istället vara en mjukare utjämning av aktuella kurvor sådana att lokala maximum- och minimumvärden ej erhålls.

### 6 Slutsatser

Denna rapport behandlar uppkomsten av stötvågor orsakade av explosion, dess utbredning samt med vilken kraft den påverkar sin omgivning. Uttryck för samband mellan olika stötvågsparametrar har tagits fram och jämförs med motsvarande samband enligt ConWep (1992). Vidare berörs fenomen såsom reflexion, spegling och diffraktion. Nedan görs en kort summering av slutsatser dragna utgående från rapporten.

Luften approximeras ofta som en ideal gas med en värmekapacitetskvot  $\gamma = 1,4$ . Detta fungerar bra för tryck upp till på omkring 1000 kPa. Därefter börjar dock  $\gamma$  beroende av trycket få märkbar betydelse. I rapporten härleds samband mellan olika stötvågsparametrar och vid nyttjande av dessa framgår än starkare vikten av att använda ett riktigt värde på värmekapacitetskvoten vid höga tryck. Samband mellan olika stötvågsparametrar som presenteras i litteraturen är också framtagna med hänsyn tagen till att  $\gamma = \gamma(P)$ . Med anledning av detta presenteras ett polynomuttryck att nyttja i exempelvis hydrokodberäkningar för att beskriva luftens tillståndsekvation för tryck  $\leq 16000$  kPa.

Den konstanta speglingskvot på 1,8 som nyttjats vid omvandling av hemisfärisk explosion till explosion med fri sfärisk avlastning är inte konsekvent med vad som erhålls då uppnådda övertryck jämförs i exempelvis ConWep (1992). En sådan jämförelse visar istället att speglingskvoten varierar mellan omkring 1,3 och 1,7 där en lägre kvot erhålls för kraftigare explosion.

De uttryck som anges i Försvarsmakten (2000) har sitt ursprung i polynomuttryck från Kingery och Bulmash (1984). I Försvarsmakten anges dock endast delar av detta uttryck varför dess giltighet också starkt begränsas. Att förbehållningslöst nyttja uttryck enligt Försvarsmakten (2000) kan därför leda till betydande felaktigheter på stötvågsparametrarnas storlek.

De lokala ”dippar” som presenteras för varaktighet och oreflekterad impulstäthet för skalat avstånd  $Z \approx 1$  i bland annat ConWep (1992) och FortH 2 (1991) har tvivelaktig bakgrund. Det är författarens åsikt att dessa lokala maxima beror på felaktig utvärdering av tillgängliga försöksdata. Ett rimligare samband torde istället vara en mjukare utjämning av aktuella kurvor sådana att lokala maximum- och minimumvärden ej erhålls.

### 7 Referenser

- Balazs P. (1997): Beräkningsmetoder vid stötstågsbelastade konstruktioner. Avdelningen för vapen och skydd, Försvarets forskningsanstalt, Rapport FOA-R—97-00473-311, Stockholm.
- Baker W.E (1973): Explosions in Air. University of Texas Press, Austin, USA.
- Baker W.E., Cox P.A. Westine P.S., Kulesz J.J. Strehlow R.A. (1983): Explosion Hazards and Evaluation. Elsevier Scientific Publishing Company, New York, New York, USA.
- Ben-Dor G., Igra O., Elperin T. (2001): Handbook of Shock Waves, Volume 1, Theoretical, Experimental, and Numerical Techniques. Academic Press, San Diego, USA.
- Brode H.L. (1955): Numerical Solutions of Spherical Blast Waves. Journal of Applied Physics, Vo. 26, No. 6, sid 766-775.
- Bygg (1983): Handboken Bygg- Allmänna grunder. LiberFörlag, Stockholm.
- ConWep (1992): ConWep – Collection of conventional weapons effects calculations based on TM 5-855-1, Fundamentals of Protective Design for Conventional Weapons, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, USA.
- Courant R. och Friedrichs K.O. (1948): Supersonic flow and shock waves. New York : Interscience Publishers, New York, USA.
- DASA (1973): Simulation of Nuclear Airblast Phenomena with High Explosives. Nuclear Weapons Blast Phenomena Volume IV, DASA 1200-IV, USA.
- DOE/TIC (1980): A Manual for Prediction of Blast and Fragment Loadings of Structures. U.S. Department of Energy, DOE/TIC-11268, USA.
- FortH 2 (1991): Fortifikationshandbok del 2, Kapitel 4-6. Försvarets Läromedelscentral, Stockholm.
- Försvarsmakten (2002): Handbok i skyddsanalys. Försvarsmakten, Mediablocket AB, Stockholm, Sverige.
- Goodman H.J. (1960): Compiled Free-air Blast Data on Bare Spherical Pentolite. Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, Report No. 1092, Maryland, USA.
- Johansson M. (1999): Non-linear Finite Element Analyses of Civil Defence Shelter Subjected to Explosion Load or Collapse Load. Avdelningen för Betongbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Rapport 99:8, Göteborg.
- Johansson M. (2000): Structural Behaviour in Concrete Frame Corners of Civil Defence Shelters: Non-linear Finite Element Analyses and Experiments. Avdelningen för Betongbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Doktorsavhandling, Publikation 00:2, Göteborg.
- Kingery C.N. (1966): Air Blast Parameters versus Distance for Hemispherical TNT Surface Bursts. Terminal Ballistics Laboratory, Aberdeen Proving Ground, Report No. 1344, Maryland, USA.



- Kingery C.N. och Bulmash G. (1984): Airblast Parameters from TNT Spherical Air Burst and Hemispherical Surface Burst. Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, Technical Report ARBRL-TR-02555, Maryland, USA.
- Kinney G.F. och Graham K.J. (1985): Explosive Shocks in Air. Springer-Verlag New-York Inc., New York, USA.
- Laine L. (2012): Markstötuvåg. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap. Publ.nr MSB344, Karlstad.
- Leppänen J. (2012): Splitterverkan. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap. Publ.nr MSB345, Karlstad.
- LS 2000 (2000): Luftstossphänomene infolge nuklearer und konventioneller explosionen – Datensammlung (Luftstötuvågsfenomen orsakade av nukleära och konventionella explosioner. På tyska). Gruppe Rüstung, AC-Laboratorium Spiez, Spiez, Schweiz.
- Meyers M.A. (1994): Dynamic Behaviour of Materials. John Wiley & Sons Inc., New York, USA.
- Mills R.R., Fisch F.J., Jezek B.W., Baker W.E. (1964): Self-consistent Blast Wave parameters. DASA-1559, Aircraft Armaments Inc., Maryland, USA.
- NATO (1996): NATO Handbook on the Medical Aspects of NBC Defensive Operations AMedP-6(B) Part I – Nuclear. <http://www.fas.org/nuke/guide/usa/doctrine/dod/fm8-9/1toc.htm>.
- Reisler R., Pettit, B., Kennedy L. (1976): Air Blast Data from Height-of-Burst Studies in Canada, Vol. I: HOB 5.4 to 71.9 Feet., BRL Report No. 1950, USA.
- Reisler R., Pettit, B., Kennedy L. (1977): Air Blast Data from Height-of-Burst Studies in Canada, Vol. II: HOB 45.4 to 144.5 Feet., BRL Report No. 1990, USA.
- Räddningsverket (1998): Skyddsrumregler SR – Produktion och vidmakthållande. Räddningsverket, Publikation B54-141/98, Karlstad.
- Swisdak M.M. (1975): Explosion Effects and Properties Part I – Explosion Effects in Air. NSWC White Oak Laboratory, Technical Report 75-116, Maryland, USA.
- TM 5-1300 (1969): Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions. Department of the ARmy, the Navy, and the Air Force, TM 5-1300, USA.
- TR 62 (1976): Increasing Blast and Fire Resistance in Buildings: Design Techniques for Combined Nuclear Weapon Effects. Department of Defense, Defense Civil Preparedness Agency, Technical Report 62, USA.

## Bilaga A Luftens tillståndsekvation

Luft betraktas ofta som att den fungerar som en ideal gas. Även om detta inte är helt riktigt är det ändå en rimlig approximation under förutsättning att trycket inte är för högt. Det här avsnittet redovisar en härledning av luftens tillståndsekvation, så som den presenteras i avsnitt 3.1.5, och är i stort hämtad från Kinney och Graham (1985).

Allmänna gaskonstanten säger att

$$PV = R_m T \quad (\text{A.1})$$

där  $P$  = totalt tryck [Pa]  
 $V$  = volym [ $\text{m}^3$ ]  
 $R_m$  = allmänna gaskonstanten [J/mol]  
 $T$  = temperatur [K]

vilket även kan uttryckas som

$$P = \rho RT \quad (\text{A.2})$$

där  $\rho$  är densitet [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] och  $R$  är gaskonstanten uttryckt som [J/kg·K] där det för luft, enligt Kinney och Graham (1985), gäller att

$$R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \quad (\text{A.3})$$

Utgår från den allmänna gaslagen för att härleda ett annat uttryck för luftens tillståndsekvation. Önskar uttrycka termen  $RT$  som en funktion av energiintensiteten  $E$ . Använd uttrycket för entalpi  $h$ , vilket kan skrivas som

$$h = E + RT \quad (\text{A.4})$$

Det går enligt Kinney och Graham att visa att

$$h = c_p \cdot T \quad (\text{A.5})$$

$$E = c_v \cdot T \quad (\text{A.6})$$

där  $c_p$  och  $c_v$  är värmekapaciteten vid konstant tryck respektive konstant volym. Insatt i ekvation (A.4) ger detta att

$$c_p \cdot T = c_v \cdot T + RT \Rightarrow c_p - c_v = R \quad (\text{A.7})$$

Introducerar värmekapacitetskvoten  $\gamma$ , vilken definieras som

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{A.8})$$

och med vars nyttjande, ekvation (A.7) kan skrivas om som

$$c_v \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = R \Rightarrow c_v = \frac{R}{(\gamma - 1)} \quad (\text{A.9})$$

Nu kan energiintensiteten  $E$  i ekvation (A.6) uttryckas som en funktion av termen  $RT$

$$E = \frac{RT}{(\gamma - 1)} \quad (\text{A.10})$$

och insatt i ekvation (A.2) fås så slutligen att

$$\boxed{P = (\gamma - 1)E\rho} \quad (\text{A.11})$$

vilket är det uttryck för luftens tillståndsekvation som introduceras i avsnitt 3.1.5.

## Bilaga B Samband mellan stötvågsp parametrar

### B.1 Orientering

I kapitel 3 presenteras de stötvågsp parametrar vilka används för att beskriva en stötvågs utbredning. De fyra ekvationer som erhålls via bevarandet av massa, rörelsemängd och energi samt materialets tillståndsekvation (EOS), se tabell B.1, ger att då storheten hos en stötvågsp parameter är känd kan övriga fyra parametrar beräknas utgående från dessa uttryck. Dessa uttryck presenteras först tabell 3.1 och 3.2 men återges även för fullständighetens skull även i tabell B.2 och B.3. I detta appendix redovisas härledningen av samtliga dessa uttryck. Av pedagogiska skäl sker härledningen dock i en annan ordning än så som de redovisas i ovan nämnda tabeller.

Tabell B.1 Stötvågens grundläggande ekvationer. Härledning av dessa görs i avsnitt 3.1.

Samband	Ekvation
Konservering av massa $\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p)$	(B.1)
Konservering av rörelsemängd $(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p$	(B.2)
Konservering av energi $E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho}$	(B.3)
Luftens tillståndsekvation (EOS) $P = (\gamma - 1)E\rho$	(B.4)

$P$  = tryck [Pa],  $\rho$  = densitet [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $U_s$  = stötvågshastighet [m/s],  
 $U_p$  = partikelhastighet [m/s],  $E$  = energiintensitet [J/kg],  $\gamma$  = värme-  
 kapacitetskvot [-]

Efter härledningarna presenteras jämförelser mellan framtagna uttryck och resultat erhållna från ConWep (1992) för att därigenom kontrollera uttryckens riktighet samt belysa eventuella skillnader gentemot detta program.

## Luftstötövåg

Tabell B.1 Uttryck för beräkning av tryck  $P$ , densitet  $\rho$  samt kompression  $\mu$ . Ekvationsnumret anger var i sektion B.2 uttrycket återfinns.

Ekv.	Parametrar	Uttryck
<b>Tryck, <math>P</math></b>		
(B.10)	$P = P(\rho)$ <sup>(1)</sup>	$P = \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0$
(B.33)	$P = P(U_s)$	$P = \left( 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right) P_0$
(B.37)	$P = P(U_p)$	$P = P_0 + \rho_0 U_p \left( \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \right)$
(B.68)	$P = P(E)$	$P = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2 (E - E_0)^2 + 4(\gamma - 1)E \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2}$
<b>Densitet, <math>\rho</math></b>		
(B.13)	$\rho = \rho(P)$	$\rho = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P} \rho_0$
(B.48)	$\rho = \rho(U_s)$	$\rho = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_s^2}{2\gamma P_0 + (\gamma - 1)\rho_0 U_s^2}$
(B.58)	$\rho = \rho(U_p)$	$\rho = \frac{a}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} \right) \quad \text{där} \quad a = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_p^2 + 4\gamma \rho_0 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0}$ $b = \frac{2\gamma \rho_0^2 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0}$
(B.77)	$\rho = \rho(E)$	$\rho = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2 (E - E_0)^2 + 4 \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2(\gamma - 1)E}$
<b>Kompression, <math>\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1</math></b>		
(B.17)	$P = P(\mu)$ <sup>(1)</sup>	$P = \frac{2 + \mu(\gamma + 1)}{2 - \mu(\gamma - 1)} P_0$
(B.20)	$\mu = \mu(P)$	$\mu = \frac{2(P - P_0)}{P(\gamma - 1) + P_0(\gamma + 1)}$

<sup>(1)</sup> Nyttjande av  $\gamma = 1,4$  ger singular lösning för starka stötövågor, se även Bilaga C.

## Luftstötövåg

Tabell B.2 Uttryck för beräkning av stötövågshastighet  $U_s$ , partikelhastighet  $U_p$  samt energiintensitet  $E$ . Ekvationsnumret anger var i sektion B.2 uttrycket återfinns.

Ekv.	Parametrar	Uttryck
<b>Stötövågshastighet, <math>U_s</math></b>		
(B.35)	$U_s = U_s(P)$	$U_s = \sqrt{\frac{(\gamma + 1)(P - P_0) + 2\gamma P_0}{2\rho_0}}$
(B.46)	$U_s = U_s(\rho)$	$U_s = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho}} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}$
(B.29)	$U_s = U_s(U_p)$	$U_s = \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$
(B.85)	$U_p = U_p(E)$	$U_s = \sqrt{\frac{P^2 - P_0^2}{2\rho_0^2(E - E_0)}} \quad \text{där } P = P(E) \text{ enligt ekvation (B.68)}$
<b>Partikelhastighet, <math>U_p</math></b>		
(B.40)	$U_p = U_p(P)$	$U_p = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \cdot \frac{(P - P_0)^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}}$
(B.54)	$U_p = U_p(\rho)^{(1)}$	$U_p = \sqrt{\frac{2\gamma(\rho - \rho_0)^2 P_0}{\rho_0 \rho [(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho]}}$
(B.30)	$U_p = U_p(U_s)$	$U_p = \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0 U_s} \right)$
(B.90)	$U_p = U_p(E)$	$U_p = \sqrt{2 \cdot \frac{P - P_0}{P + P_0} (E - E_0)} \quad \text{där } P = P(E) \text{ enligt ekvation (B.68)}$
<b>Energiintensitet, <math>E</math></b>		
(B.69)	$E = E(P)$	$E = E_0 + \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{P^2 - P_0^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}$
(B.78)	$E = E(\rho)$	$E = E_0 + \frac{(\rho^2 - \rho_0^2)}{\rho_0 \rho} \cdot \frac{P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho}$
(B.84)	$E = E(U_s)$	$E = E_0 + \frac{1}{2\rho_0^2 U_s^2} \left( \left[ 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right]^2 - 1 \right) P_0^2$
(B.89)	$E = E(U_p)$	$E = E_0 + \frac{1}{2} \frac{P + P_0}{P - P_0} U_p^2 \quad \text{där } P = P(U_p) \text{ enligt ekvation (B.37)}$

<sup>(1)</sup> Nyttjande av  $\gamma = 1,4$  ger singular lösning för starka stötövågor, se även Bilaga C.

## B.2 Härledning av samband mellan stöt vågparametrar

### B.2.1 Tryck och densitet - $P = P(\rho)$

Utgå från luftens tillståndsekvation

$$P = (\gamma - 1)E\rho \Rightarrow E = \frac{P}{(\gamma - 1)\rho} \quad (\text{B.5})$$

Tillsammans med energins bevarande fås

$$\frac{1}{(\gamma - 1)} \left( \frac{P}{\rho} - \frac{P_0}{\rho_0} \right) = \frac{1}{2} (P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} \quad (\text{B.6})$$

$$2 \frac{(P\rho_0 - P_0\rho)}{\rho_0 \rho} = (\gamma - 1)(P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} \quad (\text{B.7})$$

Varvid  $\rho_0 \rho$  kan förkortas bort på båda sidor vilket ger

$$2P\rho_0 - 2P_0\rho = (\gamma - 1)(P + P_0)(\rho - \rho_0) \quad (\text{B.8})$$

Utbrytning av  $P$  och  $P_0$  ger att

$$P[2\rho_0 - (\gamma - 1)(\rho - \rho_0)] = P_0[2\rho + (\gamma - 1)(\rho - \rho_0)] \quad (\text{B.9})$$

vilket slutligen kan skrivas om som

$$\boxed{P = \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0} \quad (\text{B.10})$$

### B.2.2 Densitet och tryck - $\rho = \rho(P)$

Utgår från uttryck för  $P = P(\rho)$  i ekvation (B.10). Detta kan skrivas om som

$$P[(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho] = P_0[(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0] \quad (\text{B.11})$$

Frigörelse av  $\rho$  och  $\rho_0$  ger att

$$\rho[-(\gamma - 1)P - (\gamma + 1)P_0] = \rho_0[-(\gamma - 1)P_0 - (\gamma + 1)P] \quad (\text{B.12})$$

som slutligen ger att

$$\boxed{\rho = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P} \rho_0} \quad (\text{B.13})$$

### B.2.3 Tryck och kompression - $P = P(\mu)$

Ofta uttrycks ett materials tillståndsekvation (EOS) som en funktion mellan det hydrostatiska trycket och den volymetriska kompressionen. Med anledning av detta är det även av intresse att teckna luftens EOS i dessa parametrar. Normalt används den volymetriska töjningen som ett mått på kompressionen men denna kan även tecknas med hjälp av materialets densitet, som ett förhållande mellan materialets densitet och i denna rapport betecknas kompressionen som  $\mu$  där

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (\text{B.14})$$

vilket kan skrivas om som

$$\frac{\rho}{\rho_0} = (\mu + 1) \quad (\text{B.15})$$

Nyttja uttrycket för  $P = P(\rho)$  i ekvation (B.10) och dividera med  $\rho_0$  i täljare och nämnare

$$P = \frac{(\gamma + 1)\frac{\rho}{\rho_0} - (\gamma - 1)\frac{\rho_0}{\rho_0}}{(\gamma + 1)\frac{\rho_0}{\rho_0} - (\gamma - 1)\frac{\rho}{\rho_0}} P_0 = \frac{(\gamma + 1)(\mu + 1) - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1) - (\gamma - 1)(\mu + 1)} P_0 \quad (\text{B.16})$$

Ytterligare förenkling ger att

$$P = \frac{2 + \mu(\gamma + 1)}{2 - \mu(\gamma - 1)} P_0 \quad (\text{B.17})$$

### B.2.4 Kompression och tryck - $\mu = \mu(P)$

Nyttjar ekvation (B.17) för att uttrycka kompressionen som en funktion av trycket. Då fås att

$$P[2 - \mu(\gamma - 1)] = P_0[2 + \mu(\gamma + 1)] \quad (\text{B.18})$$

vilket kan vidareutvecklas till

$$\mu[(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P] = 2(P - P_0) \quad (\text{B.19})$$

och slutligen skrivs som

$$\mu = \frac{2(P - P_0)}{P(\gamma - 1) + P_0(\gamma + 1)} \quad (\text{B.20})$$



**B.2.5 Stötvågshastighet och partikelhastighet -  $U_s = U_s(U_p)$**

Utgå från massans bevarande

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \Rightarrow U_p = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} U_s = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) U_s \quad (\text{B.21})$$

Sök ett uttryck för  $\rho_0 / \rho$ . Med hjälp av ekvation (B.13) kan  $\rho_0 / \rho$  tecknas som

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \quad (\text{B.22})$$

Insatt i ekvation (B.21) ger detta att

$$U_p = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0 - (\gamma + 1)P_0 - (\gamma - 1)P}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} U_s \quad (\text{B.23})$$

vilket kan förenklas till

$$U_p = \frac{2(P - P_0)}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} U_s \quad (\text{B.24})$$

Behöver nu uttrycka  $P$  som funktion av  $U_p$  och/eller  $U_s$ . Nyttja uttryck för konservering av rörelsemängden

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow P = P_0 + \rho_0 U_s U_p \quad (\text{B.25})$$

och sätt in i ekvation (B.24). Denna kan då skrivas om som

$$U_p = \frac{2\rho_0 U_s U_p}{(\gamma + 1)(P_0 + \rho_0 U_s U_p) + (\gamma - 1)P_0} U_s \quad (\text{B.26})$$

$$1 = \frac{2\rho_0 U_s^2}{2\gamma P_0 + (\gamma + 1)\rho_0 U_s U_p} \quad (\text{B.27})$$

vilket resulterar i en andragradsekvation

$$U_s^2 - \frac{(\gamma + 1)U_p}{2} U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = 0 \quad (\text{B.28})$$

vars lösning kan tecknas som

$$U_s = \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \quad (\text{B.29})$$

**B.2.6 Partikelhastighet och stötvågshastighet -  $U_p = U_p(U_s)$**

Nyttja ekvation (B.28) och lös ut  $U_p$  som funktion av  $U_s$ . Då fås

$$U_p = \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0 U_s} \right) \quad (\text{B.30})$$

**B.2.7 Tryck och stötvågshastighet -  $P = P(U_s)$**

Konsivering av rörelsemängd ger att

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow P = P_0 + \rho_0 U_s U_p \quad (\text{B.31})$$

Kombinerat med uttrycket för  $U_p = U_p(U_s)$  i ekvation (B.30) fås

$$P = P_0 + \rho_0 U_s \cdot \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0 U_s} \right) \quad (\text{B.32})$$

varvid trycket  $P$  kan tecknas som

$$P = \left( 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right) P_0 \quad (\text{B.33})$$

**B.2.8 Stötvågshastighet och tryck -  $U_s = U_s(P)$**

Utgå från uttrycket för  $P = P(U_s)$  och lös ut  $U_s$ .

$$P = \left( 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right) P_0 \Rightarrow \frac{2}{(\gamma + 1)} \cdot \frac{\rho_0}{P_0} U_s^2 = \frac{P}{P_0} - 1 + \frac{2\gamma}{(\gamma + 1)} P_0 \quad (\text{B.34})$$

varvid  $U_s$  kan uttryckas som

$$U_s = \sqrt{\frac{(\gamma + 1)(P - P_0) + 2\gamma P_0}{2\rho_0}} \quad (\text{B.35})$$

**B.2.9 Tryck och partikelhastighet -  $P = P(U_p)$**

Utgå från konservering av rörelsemängden

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow P = P_0 + \rho_0 U_s U_p \quad (\text{B.36})$$

Nyttja uttrycket  $U_s = U_s(U_p)$  i ekvation (B.29) för att teckna sambandet mellan  $P$  och  $U_p$ . Då fås

$$P = P_0 + \rho_0 U_p \left( \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \right) \quad (\text{B.37})$$

**B.2.10 Partikelhastighet och tryck -  $U_p = U_p(P)$**

Utgå från  $U_s = U_s(P, U_p)$  i ekvation (B.24)

$$U_p = \frac{2(P - P_0)}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} U_s \Rightarrow U_s = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{2(P - P_0)} U_p \quad (\text{B.38})$$

och sätt in detta i uttrycket för rörelsemängdens bevarande. Då fås att

$$(P - P_0) = \left( \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{2(P - P_0)} \right) \rho_0 U_p^2 \quad (\text{B.39})$$

vilket slutligen ger att

$$U_p = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \cdot \frac{(P - P_0)^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}} \quad (\text{B.40})$$

**B.2.11 Stötvågshastighet och densitet -  $U_s = U_s(\rho)$**

Utgår från konserverande av massan

$$\rho_0 U_s = \rho (U_s - U_p) \Rightarrow U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} U_p \quad (\text{B.41})$$

Med nyttjande av  $U_p = U_p(U_s)$  i ekvation (B.30) fås

$$U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} \cdot \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( U_s - \frac{\gamma P_0}{\rho_0 U_s} \right) \quad (\text{B.42})$$

vilket kan skrivas om som

$$(\rho - \rho_0)(\gamma + 1)\rho_0 U_s^2 = 2\rho(\rho_0 U_s^2 - \gamma P_0) \quad (\text{B.43})$$

$$[2\rho - (\gamma + 1)(\rho - \rho_0)]\rho_0 U_s^2 = 2\gamma P_0 \rho \quad (\text{B.44})$$

$$[(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho]\rho_0 U_s^2 = 2\gamma P_0 \rho \quad (\text{B.45})$$

varvid slutligen fås

$$U_s = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}} \quad (\text{B.46})$$

### B.2.12 Densitet och stötvågshastighet - $\rho = \rho(U_s)$

Utgående från ekvation (B.45) erhålls

$$[2\gamma P_0 + (\gamma - 1)\rho_0 U_s^2]\rho = (\gamma + 1)\rho_0^2 U_s^2 \quad (\text{B.47})$$

vilket ger att

$$\rho = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_s^2}{2\gamma P_0 + (\gamma - 1)\rho_0 U_s^2} \quad (\text{B.48})$$

### B.2.13 Partikelhastighet och densitet - $U_p = U_p(\rho)$

Utgå från konservering av massa och rörelsemängd

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \Rightarrow U_p = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} U_s \quad (\text{B.49})$$

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow U_s = \frac{P - P_0}{\rho_0 U_p} \quad (\text{B.50})$$

Kombinering av dessa två ger att

$$U_p^2 = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} (P - P_0) \quad (\text{B.51})$$

Använd uttrycket för  $P = P(\rho)$  från ekvation (B.10) för att uttrycka  $P - P_0$  som funktion av  $\rho$ . Då erhålls

$$P - P_0 = \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0 - (\gamma + 1)\rho_0 + (\gamma - 1)\rho}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 = \frac{2\gamma(\rho - \rho_0)}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 \quad (\text{B.52})$$

och med detta insatt i ekvation (B.51) fås

$$U_p^2 = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} \cdot \frac{2\gamma(\rho - \rho_0)}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 \quad (\text{B.53})$$

vilket slutligen leder fram till att

$$U_p = \sqrt{\frac{2\gamma(\rho - \rho_0)^2 P_0}{\rho_0 \rho [(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho]}} \quad (\text{B.54})$$

#### B.2.14 Densitet och partikelhastighet - $\rho = \rho(U_p)$

Nyttja sambandet  $U_p = U_p(\rho)$  i ekvation (B.53). Omskrivet ger detta att

$$\left[ -(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 - 2\gamma P_0 \right] \cdot \rho^2 + \left[ (\gamma + 1)\rho_0^2 U_p^2 + 4\gamma \rho_0 P_0 \right] \cdot \rho - 2\gamma \rho_0^2 P_0 = 0 \quad (\text{B.55})$$

vilket kan skrivas om till

$$\left[ (\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0 \right] \cdot \rho^2 - \left[ (\gamma + 1)\rho_0^2 U_p^2 + 4\gamma \rho_0 P_0 \right] \cdot \rho + 2\gamma \rho_0^2 P_0 = 0 \quad (\text{B.56})$$

Genom att uttrycka ekvation (B.56) på allmän form

$$\rho^2 - a \cdot \rho + b = 0 \quad (\text{B.57})$$

kan lösningen slutligen skrivas som

$$\rho = \frac{a}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} \right) \quad \text{där} \quad a = \frac{(\gamma + 1)\rho_0^2 U_p^2 + 4\gamma \rho_0 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0} \quad (\text{B.58})$$

$$b = \frac{2\gamma \rho_0^2 P_0}{(\gamma - 1)\rho_0 U_p^2 + 2\gamma P_0}$$

**B.2.15 Tryck och energiintensitet -  $P = P(E)$**

Utgå från energins konserverande

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho \rho_0} \Rightarrow E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0) \cdot \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \quad (\text{B.59})$$

och använd ekvation (B.13) för att uttrycka  $\rho_0 / \rho$  som en funktion av  $P$ . En omskrivning ger att

$$\rho = \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P} \rho_0 \Rightarrow \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \quad (\text{B.60})$$

vilket leder till

$$\frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0 - (\gamma + 1)P_0 - (\gamma - 1)P}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \right) \quad (\text{B.61})$$

och slutligen kan uttryckas som

$$\frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = \frac{2}{\rho_0} \left( \frac{P - P_0}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \right) \quad (\text{B.62})$$

Insatt i ekvation (B.59) ger detta att

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0) \cdot \frac{2}{\rho_0} \left[ \frac{P - P_0}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \right] = \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{P^2 - P_0^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \quad (\text{B.63})$$

$$\rho_0(E - E_0)[(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0] = P^2 - P_0^2 \quad (\text{B.64})$$

vilket kan skrivas om som en andragradsekvation av  $P$  såsom

$$P^2 - (\gamma + 1)\rho_0(E - E_0) \cdot P - [(\gamma - 1)\rho_0(E - E_0) + P_0]P_0 = 0 \quad (\text{B.65})$$

Men luftens tillståndsekvation ger att

$$P_0 = (\gamma - 1)\rho_0 E_0 \quad (\text{B.66})$$

vilket innebär att ekvation (B.65) kan förkortas till

$$P^2 - (\gamma + 1)\rho_0(E - E_0) \cdot P - (\gamma - 1)E\rho_0 P_0 = 0 \quad (\text{B.67})$$

vars lösning kan skrivas som

$$P = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2(E - E_0)^2 + 4(\gamma - 1)E \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2} \quad (\text{B.68})$$

**B.2.16 Energiintensitet och tryck -  $E = E(P)$**

Använd ekvation (B.64) och lös ut  $E$  därifrån. Får då

$$E = E_0 + \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{P^2 - P_0^2}{(\gamma + 1)P + (\gamma - 1)P_0} \quad (\text{B.69})$$

**B.2.17 Densitet och energiintensitet -  $\rho = \rho(E)$**

Utgå från uttrycket för konservering av energin

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} \quad (\text{B.70})$$

Använd ekvation (B.10) och uttryck  $P + P_0$  som en funktion av  $\rho$

$$P + P_0 = \frac{(\gamma + 1)\rho - (\gamma - 1)\rho_0 + (\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 = \frac{2(\rho + \rho_0)}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 \quad (\text{B.71})$$

Tillsammans ger detta att

$$E - E_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2(\rho + \rho_0)}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} P_0 \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} \quad (\text{B.72})$$

$$(E - E_0)\rho_0 \rho [(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho] = (\rho^2 - \rho_0^2) P_0 \quad (\text{B.73})$$

$$\rho^2 [P_0 + (\gamma - 1)(E - E_0)\rho_0] - \rho \cdot (\gamma + 1)(E - E_0)\rho_0^2 - \rho_0^2 P_0 = 0 \quad (\text{B.74})$$

Luftens tillståndsekvation ger dock att

$$P_0 = (\gamma - 1)E_0 \rho_0 \Rightarrow P_0 + (\gamma - 1)(E - E_0)\rho_0 = (\gamma - 1)E \rho_0 \quad (\text{B.75})$$

Insatt i ekvation (B.70) ger detta att denna kan skrivas om till

$$\rho^2 - [(\gamma + 1)(E - E_0) \cdot \rho + P_0] \frac{\rho_0}{(\gamma - 1)E} = 0 \quad (\text{B.76})$$

vars lösning är

$$\rho = \left( (\gamma + 1)(E - E_0) + \sqrt{(\gamma + 1)^2 (E - E_0)^2 + 4 \frac{P_0}{\rho_0}} \right) \cdot \frac{\rho_0}{2(\gamma - 1)E} \quad (\text{B.77})$$

**B.2.18 Energiintensitet och densitet -  $E = E(\rho)$**

Utgå från ekvation (B.73) och lös ut  $E$  som funktion av  $\rho$ . Då fås

$$E = E_0 + \frac{(\rho^2 - \rho_0^2)}{\rho_0 \rho} \cdot \frac{P_0}{(\gamma + 1)\rho_0 - (\gamma - 1)\rho} \quad (\text{B.78})$$

**B.2.19 Energiintensitet och stötvågshastighet -  $E = E(U_s)$**

Utgå från energins bevarande. Uttryck  $P$  och  $\rho$  som funktion av  $U_s$ . Konservering av massa och rörelsemängd ger

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \Rightarrow U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} U_p \quad (\text{B.79})$$

respektive

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow U_p = \frac{P - P_0}{\rho_0 U_s} \quad (\text{B.80})$$

Kombinerat ger dessa

$$U_s = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} \cdot \frac{P - P_0}{\rho_0 U_s} \Rightarrow U_s^2 = \frac{1}{\rho_0^2} \cdot \frac{\rho_0 \rho}{\rho - \rho_0} (P - P_0) \quad (\text{B.81})$$

vilket kan omformuleras som

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} = \frac{P - P_0}{\rho_0^2 U_s^2} \quad (\text{B.82})$$

vilket insatt i uttrycket för konservering av energin. ekvation (B.3), resulterar i

$$E - E_0 = \frac{1}{2} (P + P_0) \cdot \frac{P - P_0}{\rho_0^2 U_s^2} \Rightarrow E - E_0 = \frac{1}{2} \frac{P^2 - P_0^2}{\rho_0^2 U_s^2} \quad (\text{B.83})$$

Nyttja nu uttryck för  $P = P(U_s)$  i ekvation (B.33) så fås slutligen

$$E = E_0 + \frac{1}{2\rho_0^2 U_s^2} \left( \left[ 1 + \frac{2}{(\gamma + 1)} \left( \frac{\rho_0 U_s^2}{P_0} - \gamma \right) \right]^2 - 1 \right) P_0^2 \quad (\text{B.84})$$



**B.2.20 Stötvågshastighet och energiintensitet -  $U_s = U_s(E)$**

Använder ekvation (B.83) och uttrycker  $U_s$  som en funktion av  $E$  och  $P(E)$ . Får då att

$$U_s = \sqrt{\frac{P^2 - P_0^2}{2\rho_0^2(E - E_0)}} \quad \text{där} \quad P = P(E) \text{ enligt ekvation (B.68)} \quad (\text{B.85})$$

**B.2.21 Energiintensitet och partikelhastighet -  $E = E(U_p)$**

Utgå från energins bevarande. Behöver uttrycka  $P$  och  $\rho$  som funktion av  $U_p$ . Konservering av massa och rörelsemängd ger

$$\rho_0 U_s = \rho(U_s - U_p) \Rightarrow U_p = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} U_s \quad (\text{B.86})$$

$$(P - P_0) = \rho_0 U_s U_p \Rightarrow U_s = \frac{P - P_0}{\rho_0 U_p} \quad (\text{B.87})$$

vilket tillsammans leder fram till

$$U_p^2 = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} (P - P_0) \Rightarrow \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \rho} = \frac{U_p^2}{P - P_0} \quad (\text{B.88})$$

Insatt i uttrycket för energins bevarande, ekvation (B.3), fås nu att

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \frac{P + P_0}{P - P_0} U_p^2 \quad \text{där} \quad P = P(U_p) \text{ enligt ekvation (B.37)} \quad (\text{B.89})$$

**B.2.22 Partikelhastighet och energiintensitet -  $U_p = U_p(E)$**

Utgående från ekvation (B.89) kan partikelhastigheten tecknas som

$$U_p = \sqrt{2 \cdot \frac{P - P_0}{P + P_0} (E - E_0)} \quad \text{där} \quad P = P(E) \text{ enligt ekvation (B.68)} \quad (\text{B.90})$$

### B.3 Jämförelse av härledda uttryck

I det här avsnittet jämförs de uttryck som härletts i avsnitt B.2 med de resultat som erhålls från ConWep (1992). Syftet med denna jämförelse är dels att kontrollera riktigheten i framtagna uttryck men även att söka belysa bakgrunden till de inbördes samband som ges i ConWep. Stötvågsstorheter för ostörd luft vid en temperatur av 15°C ges i tabell B.1. Dessa värden har sedan nyttjats vid jämförelse av uttrycken som härleds i avsnitt B.2. I tabell B.2 och B.2 redovisas värden från ConWep på stötvågsparametrar erhållna för en sprängladdning på 125 kg TNT. Av häri redovisade parametrar sammanfattas värden för tryck, densitet, stötvågshastighet, partikelhastighet samt värmekapacitetskvot sedan i tabell B.3.

I figur B.1 till B.7 jämförs de härledda uttrycken inbegripande trycket  $P$ , densiteten  $\rho$ , stötvågshastigheten  $U_s$  samt partikelhastigheten  $U_p$ , någon jämförelse gentemot energiintensiteten  $E$  har inte gjorts då denna parameter saknas i de resultat som erhålls i ConWep. Av nedanstående jämförelse kan det konstateras att överensstämmelsen är övervägande god även om viss avvikelse återfinns för starka stötvågor (dvs. då värdena på de ingående parametrarna är höga). En möjlig orsak till denna skillnad är att det vid härledningen av de uttryck som presenteras i avsnitt B.2, ej tagits någon hänsyn till att värmekapacitetskvoten  $\gamma$  inte är densamma framför och bakom stötvågsfronten. Detta spelar ingen roll för svagare stötvågor (upp till ett tryck av omkring 1000 kPa) eftersom  $\gamma$  för luft i detta område är ungefär lika med 1,4, se figur 3.2. För kraftigare förlopp ökar dock avvikelsen och blir slutligen så stor att skillnader såsom de i exempelvis figur B.2 erhålls. En närmare kontroll huruvida detta är orsaken till den skillnad som erhålls mellan de uttryck som redovisas i avsnitt Bilaga B och som erhålls i ConWep, behandlas i avsnitt B.3.

Tabell B.1 Storheter hos ostörd luft vid en temperatur av 15 °C.

Parameter	Storhet	Enhet
$R$	287	J/Kg °K
$T_o$	288	°K
$P_o$	101,3	kPa
$c_o$	340,2	m/s
$\rho_o$	1,226	kg/m <sup>3</sup>
$E_o$	206,6	kJ/kg

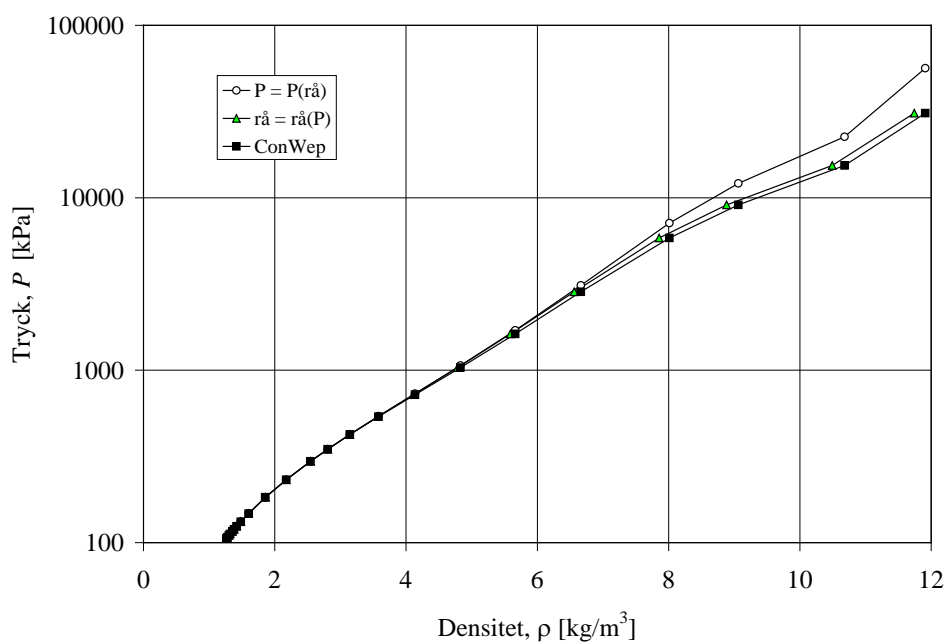
Tabell B.2 Stötvågsstorheter enligt ConWep (1992) för en explosion av  $W = 125$  kg TNT vid möjlighet till fri avlastning. Det skalade avståndet  $Z$  är framtaget i enlighet med ekvation (4.6).

$Z$ [m/kg <sup>1/3</sup> ]	$r$ [m]	$P_s^+$ [kPa]	$P_r^+$ [kPa]	$P = P_s^+ + P_r^+$ [kPa]	$P_r^+ / P_s^+$ [-]	$t_a$ [ms]	$t^+$ [ms]	$i_s^+$ [Pa·s]	$i_r^+$ [Pa·s]	$U_s$ [m/s]	$U_p$ [m/s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu = \rho - \rho_0 / \rho_0$ [-]	$i_s^+ / W^{1/3}$ [Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	$i_r^+ / W^{1/3}$ [Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	$t_a / W^{1/3}$ [ms/kg <sup>1/3</sup> ]	$t_s^+ / W^{1/3}$ [ms/kg <sup>1/3</sup> ]	$\gamma$ [-]
0,1	0,5	30 830	368 300	30 931	11,95	0,078	0,902	3 877	109 200	5 292	4 750	11 910	8,718	775	21 840	0,016	0,180	1,225
0,2	1	15 300	158 000	15 401	10,33	0,192	0,948	1 129	30 880	3 750	3 324	10 680	7,714	226	6 176	0,038	0,190	1,248
0,3	1,5	8 996	83 360	9 097	9,27	0,343	0,924	754	15 820	2 900	2 519	9 063	6,395	151	3 164	0,069	0,185	1,291
0,4	2	5 745	48 800	5 846	8,49	0,534	1,139	684	10 130	2 347	1 992	8 013	5,538	137	2 026	0,107	0,228	1,323
0,6	3	2 747	19 800	2 848	7,21	1,053	2,482	775	5 596	1 659	1 352	6 664	4,438	155	1 119	0,211	0,496	1,359
0,8	4	1 521	9 384	1 622	6,17	1,761	6,730	978	3 760	1 260	986	5 664	3,622	196	752	0,352	1,346	1,378
1	5	935	5 006	1 036	5,35	2,659	8,974	873	2 795	1 011	754	4 830	2,941	175	559	0,532	1,795	1,388
1,2	6	620	2 931	721	4,73	3,743	8,958	745	2 210	847	597	4 137	2,376	149	442	0,749	1,792	1,394
1,4	7	437	1 851	538	4,24	5,004	8,483	643	1 820	735	484	3 581	1,922	129	364	1,001	1,697	1,397
1,6	8	322	1 242	423	3,86	6,429	8,393	566	1 543	656	400	3 145	1,566	113	309	1,286	1,679	1,399
1,8	9	247	877	348	3,55	8,005	8,646	507	1 337	597	337	2 806	1,290	101	267	1,601	1,729	1,400
2	10	195	646	296	3,31	9,72	9,230	461	1 179	553	287	2 543	1,075	92	236	1,944	1,846	1,400
2,4	12	130	387	231	2,98	13,51	11,36	392	951	493	215	2 174	0,774	78	190	2,702	2,272	1,401
3	15	82	215	183	2,62	19,94	13,42	322	735	442	150	1 855	0,514	64	147	3,988	2,684	1,401
4	20	46	110	147	2,39	31,98	15,32	249	532	401	94	1 601	0,306	50	106	6,396	3,064	1,400
5	25	31	70	132	2,26	44,98	16,67	203	417	383	67	1 483	0,210	41	83	8,996	3,334	1,400
6	30	23	50	125	2,18	58,46	17,78	171	342	372	51	1 419	0,158	34	68	11,69	3,556	1,400
7	35	18	39	120	2,14	72,16	18,74	148	290	366	41	1 379	0,125	30	58	14,43	3,748	1,400
8	40	15	32	116	2,13	85,95	19,58	131	251	361	34	1 353	0,104	26	50	17,19	3,916	1,400
10	50	11	23	112	2,10	113,6	21,00	106	199	356	25	1 319	0,076	21	40	22,72	4,200	1,400
12	60	9	18	110	2,00	141,4	22,17	89	164	352	20	1 300	0,061	18	33	28,28	4,434	1,400
16	80	6	12	107	2,06	197,4	24,11	67	121	349	14	1 277	0,042	13	24	39,48	4,822	1,400
20	100	5	9	106	2,00	254,8	25,71	54	96	347	10	1 264	0,031	11	19	50,96	5,142	1,400

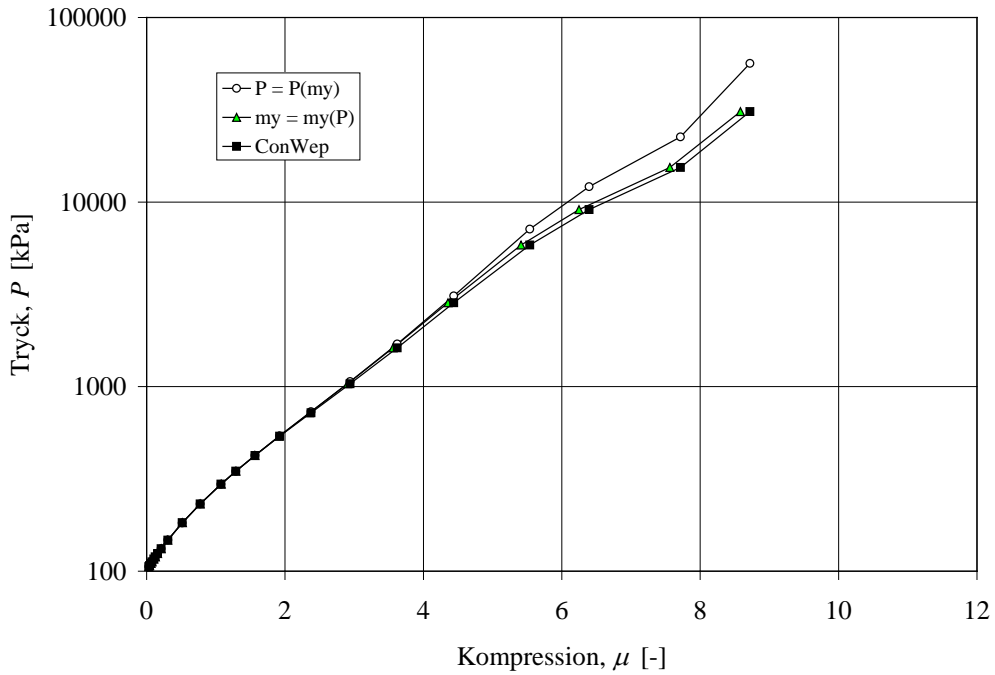
## Luftstövåg

Tabell B.3 Värme kapacitetskvot  $\gamma$  för olika värden på tryck  $P$ , densitet  $\rho$ , stötvågshastighet  $U_s$  och partikelhastighet  $U_p$  då stötvågen far fram genom ostörd luft med egenskaper i enlighet med tabell B.1. Värden är hämtade från tabell B.2.

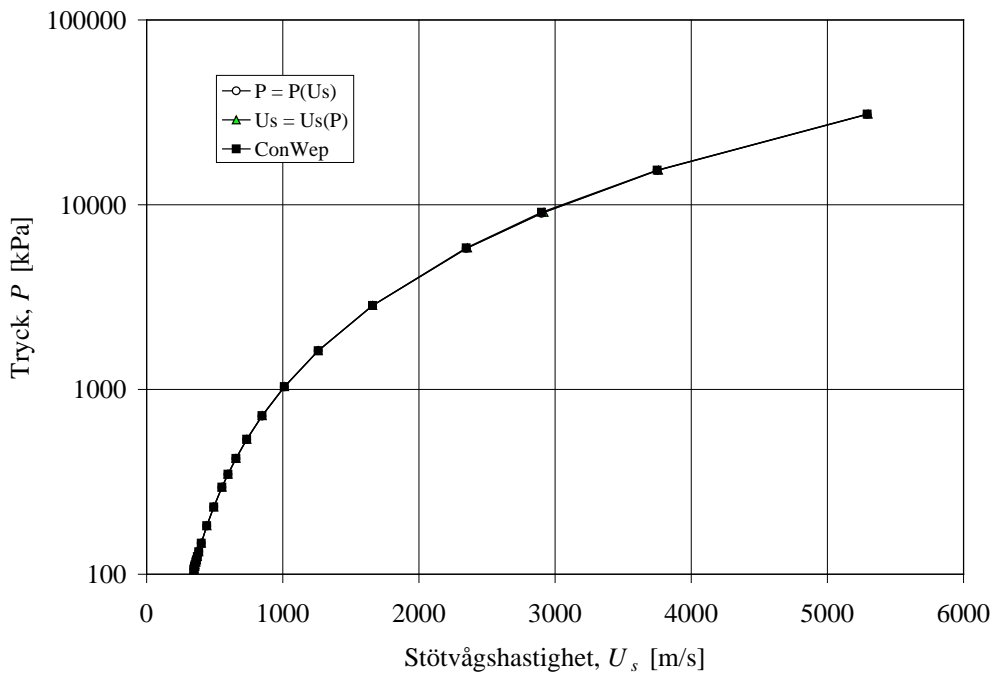
$P$ [kPa]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$U_s$ [m/s]	$U_p$ [m/s]	$\gamma$ [-]
30931	11,91	5292	4750	1,225
15401	10,68	3750	3324	1,248
9097	9,063	2900	2519	1,291
5846	8,013	2347	1992	1,323
2848	6,664	1659	1352	1,359
1622	5,664	1260	986	1,378
1036	4,830	1011	754	1,388
721	4,137	847	597	1,394
538	3,581	735	484	1,397
423	3,145	656	400	1,399
348	2,806	597	337	1,400
296	2,543	553	287	1,400
231	2,174	493	215	1,401
183	1,855	442	150	1,401
147	1,601	401	94	1,400
132	1,483	383	67	1,400
125	1,419	372	51	1,400
120	1,379	366	41	1,400
116	1,353	361	34	1,400
112	1,319	356	25	1,400
110	1,300	352	20	1,400
107	1,277	349	14	1,400
106	1,264	347	10	1,400



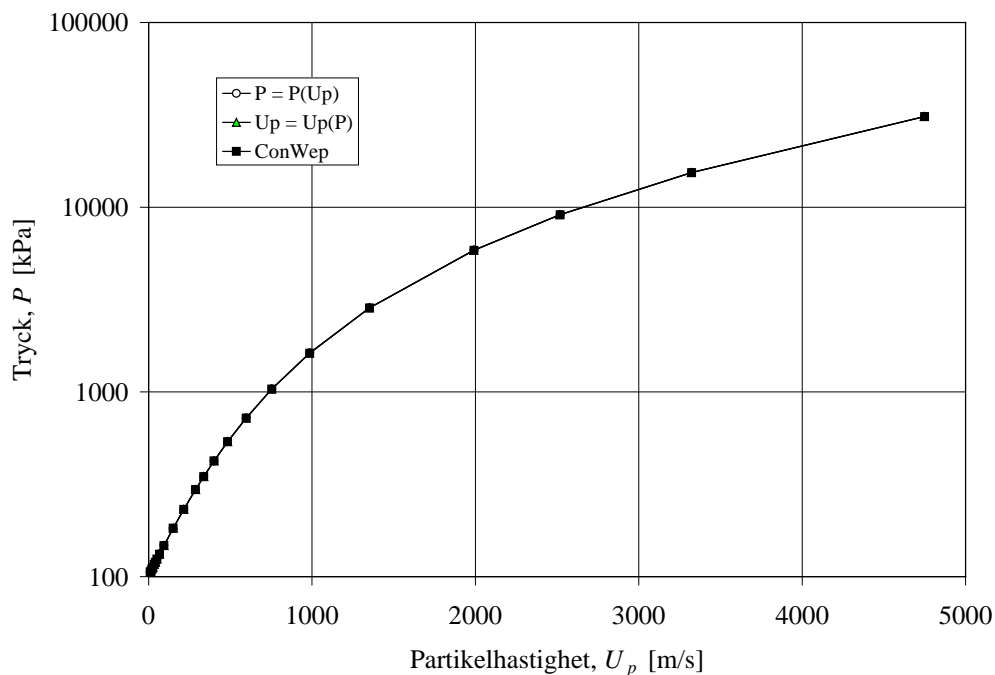
Figur B.1 Tryck som funktion av densitet enligt uttryck i tabell B.2. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



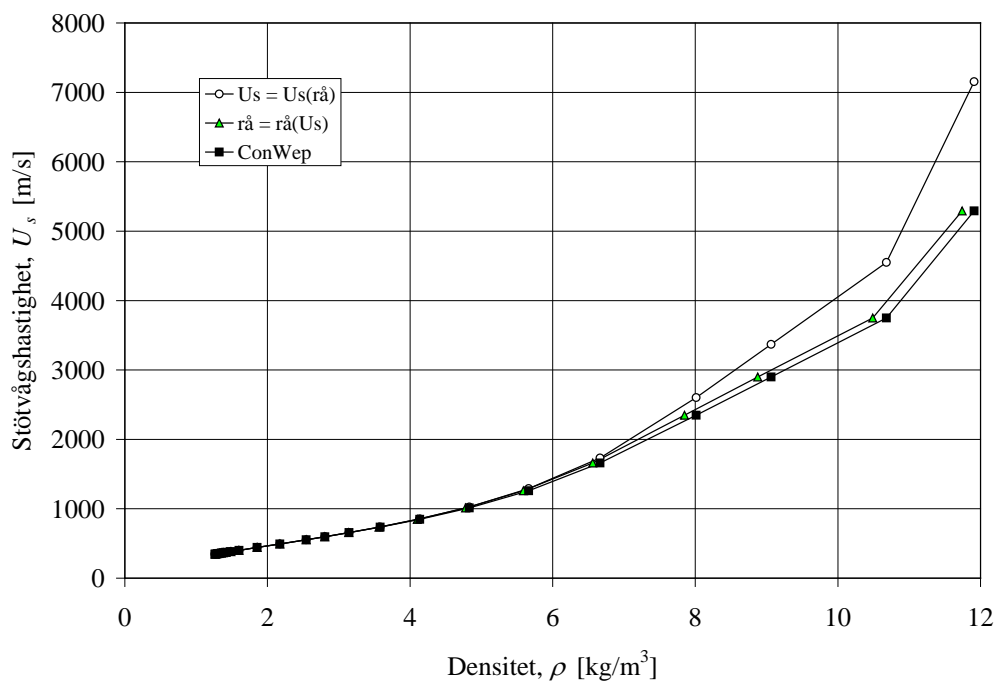
Figur B.2 Tryck som funktion av kompression enligt uttryck i tabell B.2 och B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



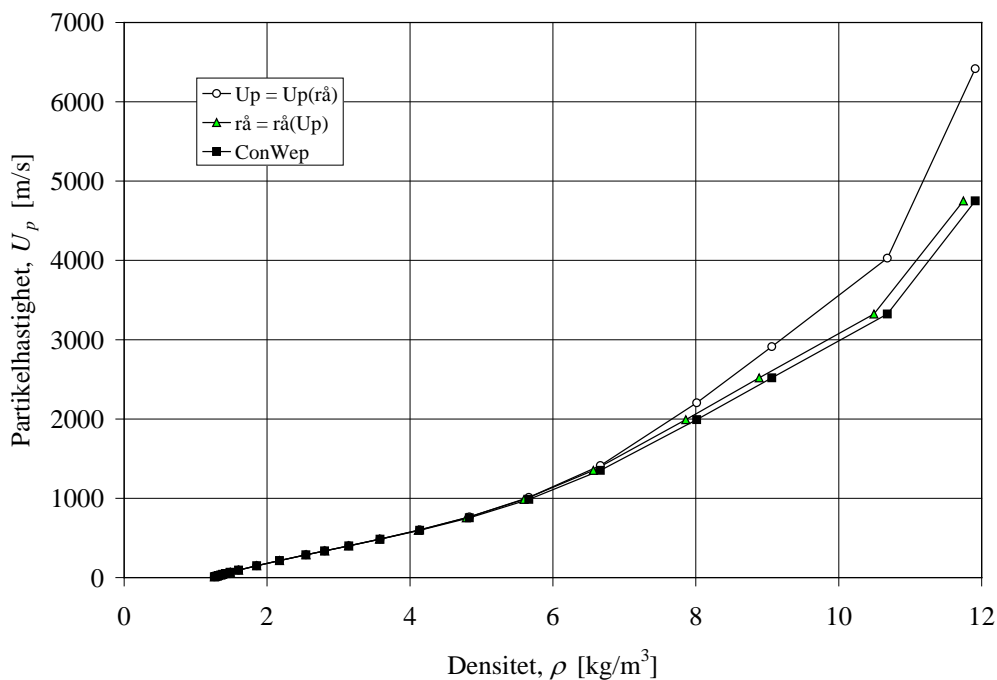
Figur B.3 Tryck som funktion av stötvågshastighet enligt uttryck i tabell B.2 och B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



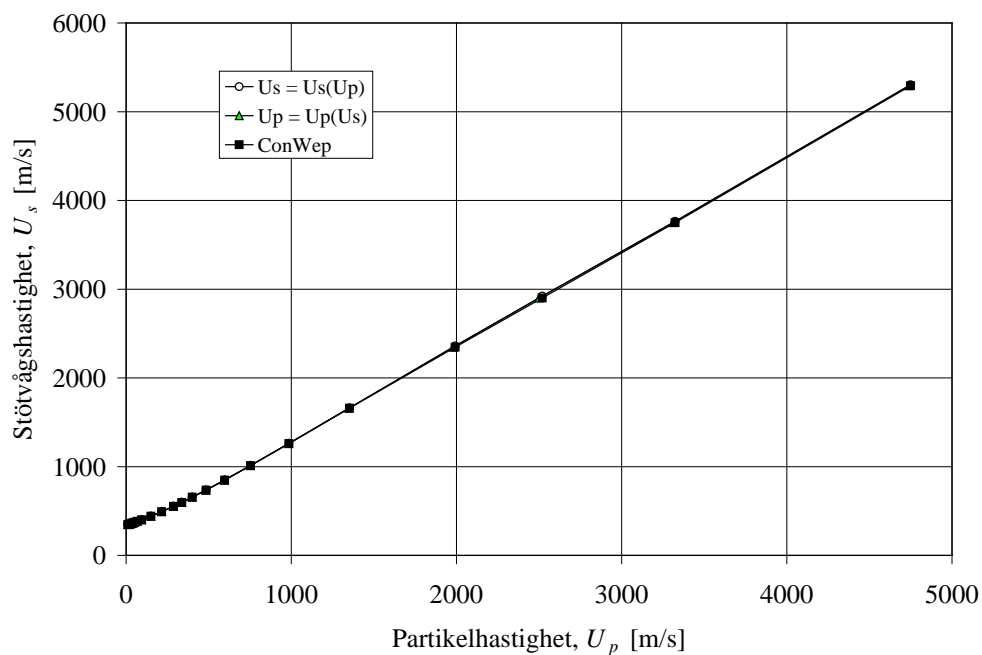
Figur B.4 Tryck som funktion av partikelhastighet enligt uttryck i tabell B.2 och B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



Figur B.5 Stötvågshastighet som funktion av densitet enligt uttryck i tabell B.2 och B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



Figur B.6 Partikelhastighet som funktion av densitet enligt uttryck i tabell B.2 och B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).



Figur B.7 Stötvågshastighet som funktion av partikelhastighet enligt uttryck i tabell B.3. Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).

## B.4 Effekt av varierande $\gamma$ framför och bakom stöt våg

Såsom beskrivs i föregående avsnitt är de härledningar som presenteras i avsnitt B.2 inte riktigt fullständiga avseende behandlandet av värmekapacitetskvoten  $\gamma$ . Det antas där att  $\gamma$  kan variera med trycket men att den är densamma framför och bakom stöt vågsfronten. Denna approximation är, vilket också framgår av de jämförelser som presenteras i figur B.1 till B.7, i regel tillräcklig men för höga tryck, då avvikelser från luftens normala värde -  $\gamma = 1,4$  - är stora kan den också få en tydlig inverkan. Ett relativt enkelt sätt att illustrera vilken inverkan detta kan få är genom att närmare studera luftens tillståndsekvation för luften framför stöt vågsfronten. Utgående från ekvation (B.4) kan denna skrivas som

$$P_0 = (\gamma - 1)E_0\rho_0 \quad \text{där} \quad k = \gamma(P_0) = 1,4 \quad (\text{B.91})$$

där  $\gamma$  i ostörd luft kan skrivas som

$$\gamma(P_0) = k = 1,4 \quad (\text{B.92})$$

av vilket det framgår att

$$\frac{P_0}{E_0\rho_0} = 0,4 \quad (\text{B.93})$$

Om ekvation (B.91) dock nyttjas så att  $P_0$  skrivs om som en funktion av  $E_0$  och  $\rho_0$  utan hänsyn till att  $\gamma = k = 1,4$ , dvs. att

$$\frac{P_0}{E_0\rho_0} = (\gamma - 1) \quad \text{där} \quad \gamma = \gamma(P) \quad (\text{B.94})$$

så innebär detta att

$$\frac{P_0}{E_0\rho_0} \leq 0,4 \quad (\text{B.95})$$

beroende på vilket tryck som råder. Detta är vad som gjorts i härledningarna i avsnitt B.2. Felet av detta blir dock litet såvida det inte råder stora tryck. Detta förfarande ligger även helt i linje med de uttryck som presenteras i exempelvis Baker (1973) och Kinney och Graham (1985) varför det synes vara allmänt accepterade approximationer. Här görs dock en ny härledning av  $P = P(\rho)$  för att visa hur ovanstående härledningar skulle utföras för att vara fullständigt riktiga samt för att åskådliggöra vad skillnaden blir i dels uttryckets komplexitet samt även i det resulterande sambandet.

Utgå från energins bevarande och luftens tillståndsekvation i ekvation (B.3) och ekvation (B.4). Då fås att

$$\frac{P}{(\gamma - 1)\rho} - \frac{P_0}{(k - 1)\rho_0} = \frac{1}{2}(P + P_0)\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0\rho} \quad (\text{B.96})$$



där  $k = \gamma(P_0)$  representerar det konstanta värdet på värmekapacitetskvoten i den ostörda luften framför stötvågsfronten. Ovanstående kan skrivas om som

$$2[P(k-1)\rho_0 - P_0(\gamma-1)\rho]\rho_0\rho = (P+P_0)(\gamma-1)(k-1)(\rho-\rho_0)\rho_0\rho \quad (\text{B.97})$$

Förkorta med  $\rho_0\rho$  på båda sidor och uttryck  $P$  som en funktion av  $\rho$

$$P \cdot [2(k-1)\rho_0 - (\gamma-1)(k-1)(\rho-\rho_0)] = P_0 \cdot [2(\gamma-1)\rho + (\gamma-1)(k-1)(\rho-\rho_0)] \quad (\text{B.98})$$

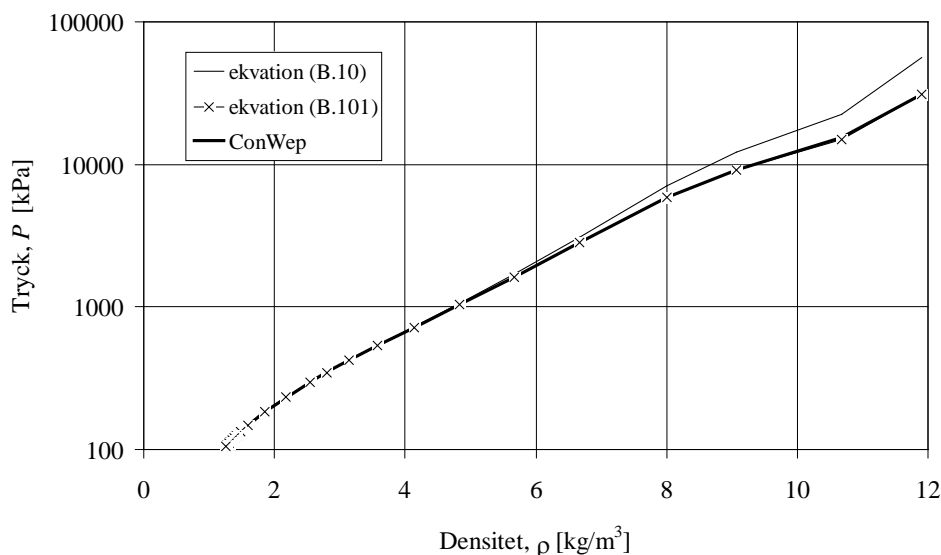
vilket slutligen kan skrivas som

$$P = \frac{(\gamma-1)(k+1)\rho - (\gamma-1)(k-1)\rho_0}{(\gamma+1)(k-1)\rho_0 - (\gamma-1)(k-1)\rho} P_0 \quad (\text{B.99})$$

Detta uttryck kan jämföras med det tidigare härledda i ekvation (B.10) vilken återfås om  $k = \gamma$  sätts in i ekvation (B.99), dvs.

$$P = \frac{(\gamma+1)\rho - (\gamma-1)\rho_0}{(\gamma+1)\rho_0 - (\gamma-1)\rho} P_0 \quad (\text{B.10})$$

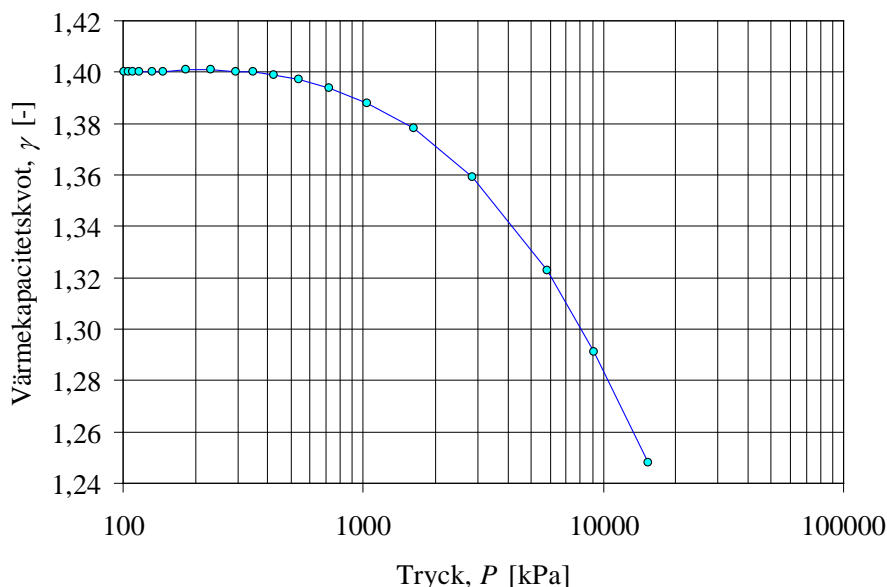
Dessa båda uttryck jämförs i figur B.8 med det samband som erhålls från ConWep och av detta framgår det att det råder mycket god överensstämmelse mellan ekvation (B.99) och ConWep vilket då tycks bekräfta de funderingar om möjlig orsak till skillnader i figur B.1 till B.7 som presenteras i avsnitt B.3. Att beakta olika  $\gamma$  framför och bakom stötvågsfronten även för de övriga härledda uttrycken vore intressant men rymms inte inom detta arbete varför det inte heller behandlas ytterligare i denna rapport.



*Figur B.8 Tryck som funktion av densitet då skillnad i  $\gamma$  framför och bakom stötvågsfronten ej beaktas (ekvation (B.10)) respektive tas hänsyn till (ekvation (B.101)). Jämförelse görs med samband erhållit från ConWep (1992).*

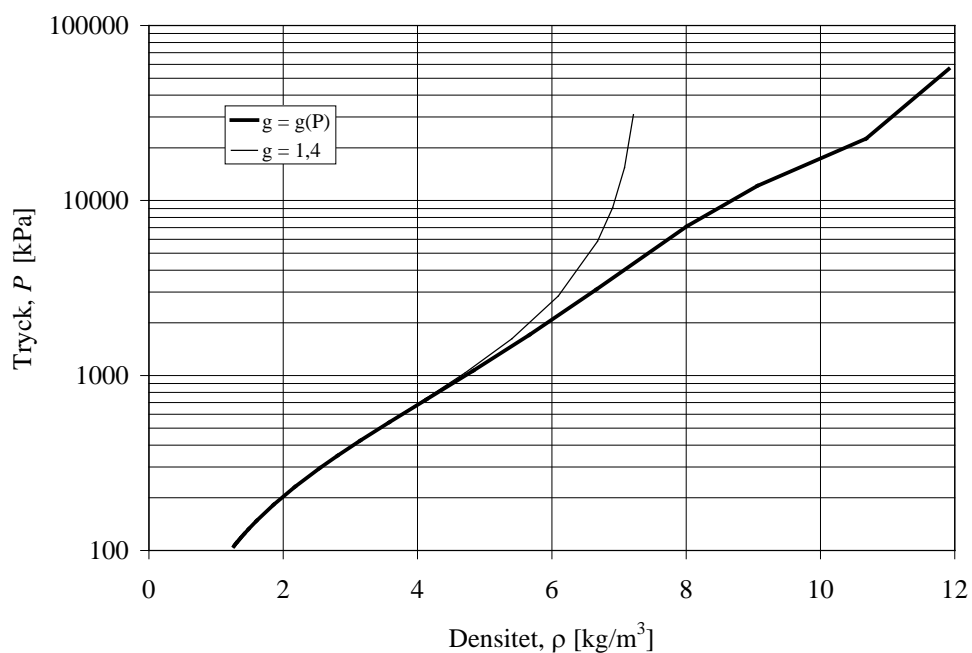
## Bilaga C Inverkan av konstant värmekapacitetskvot

Det är vanligt att betrakta luft som en ideal gas med värmekapacitetsfaktorn  $\gamma = 1,4$ . Detta är en god approximation förutsatt att lufttrycket inte är för högt. I figur C.1 visas hur  $\gamma$  varierar med trycket och av detta framgår att för tryck lägre än 1000 kPa är ändringen hos  $\gamma$  liten. För högre tryck börjar dock ändringen hos  $\gamma$  bli såpass påtaglig att en betydande inverkan på stötvågsp parametrarnas värden kan erhålls. I tabell B.3 listas hur  $\gamma$  varierar som funktion av stötvågens olika parametrar.

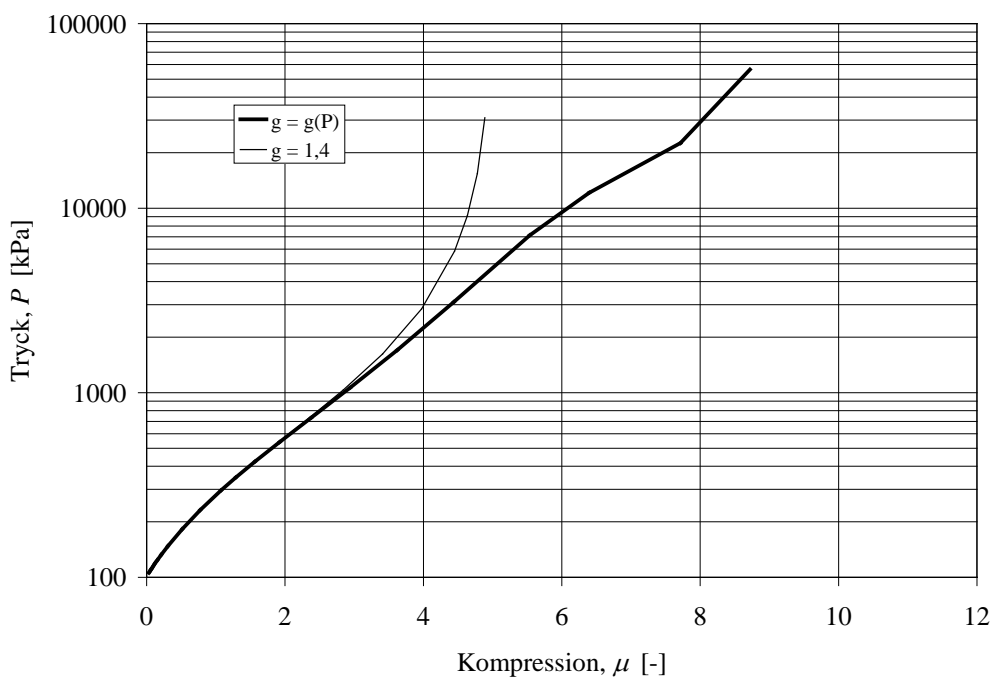


Figur C.1 Luftens värmekapacitetskvot  $\gamma$  som funktion av trycket (normalt lufttryck  $p_0$  vid  $15^\circ\text{C}$  är omkring 101 kPa). Värden är hämtade från ConWep (1992) och ges även i tabellformat i tabell C.1.

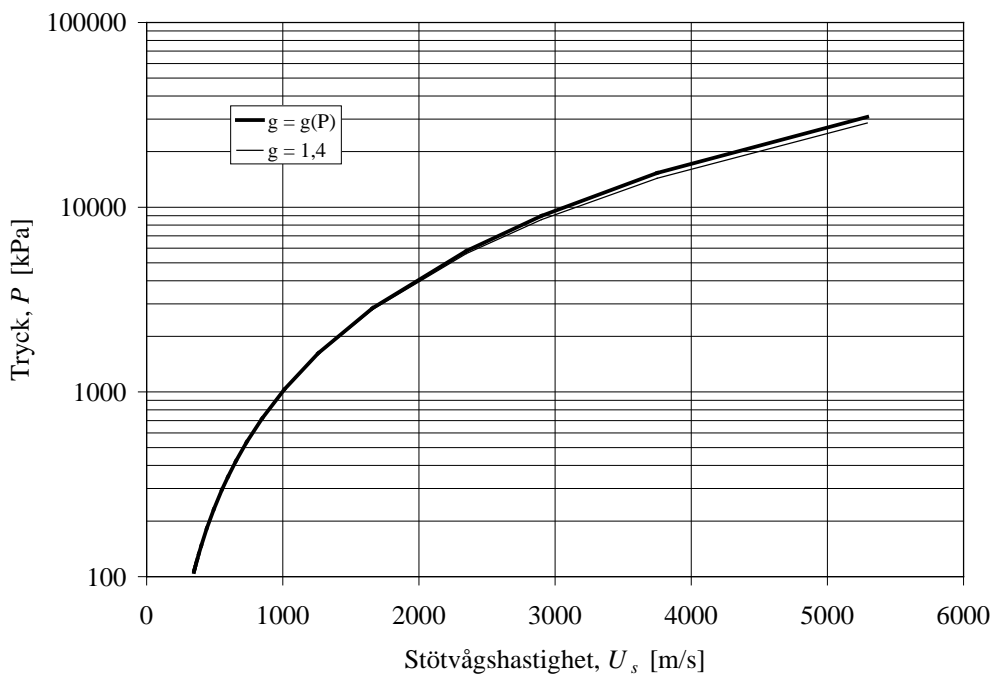
I figur C.2 till C.8 jämförs erhållna förhållanden mellan stötvågens olika parametrar, framtagna i enlighet med de uttryck som presenteras i tabell 3.1 och 3.2, då  $\gamma = 1,4$  och  $\gamma = \gamma(P)$  i enlighet med figur C.1.



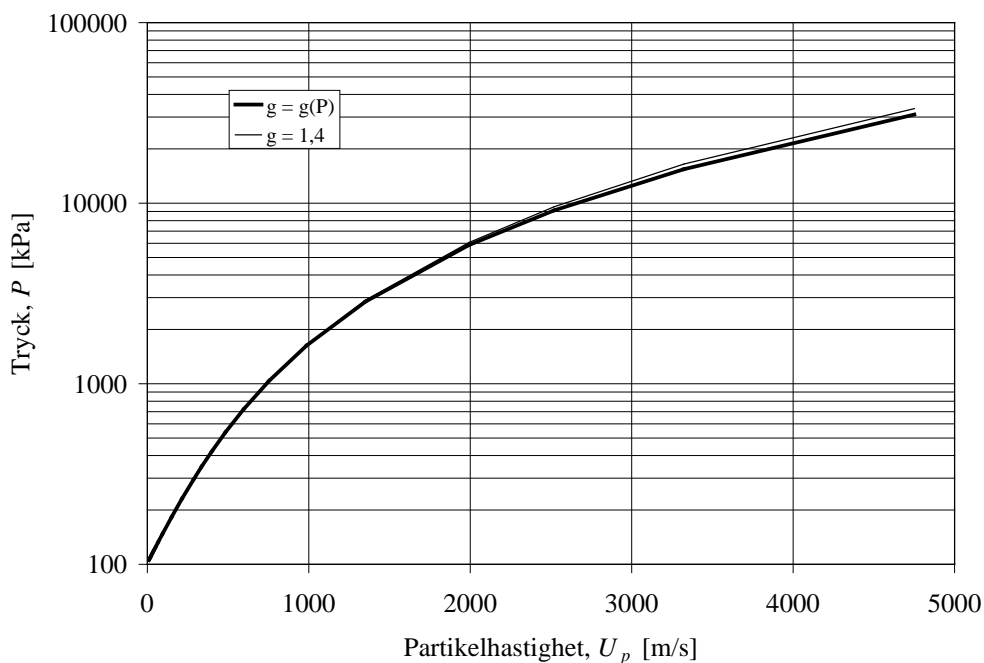
Figur C.2 Tryck som funktion av densitet enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



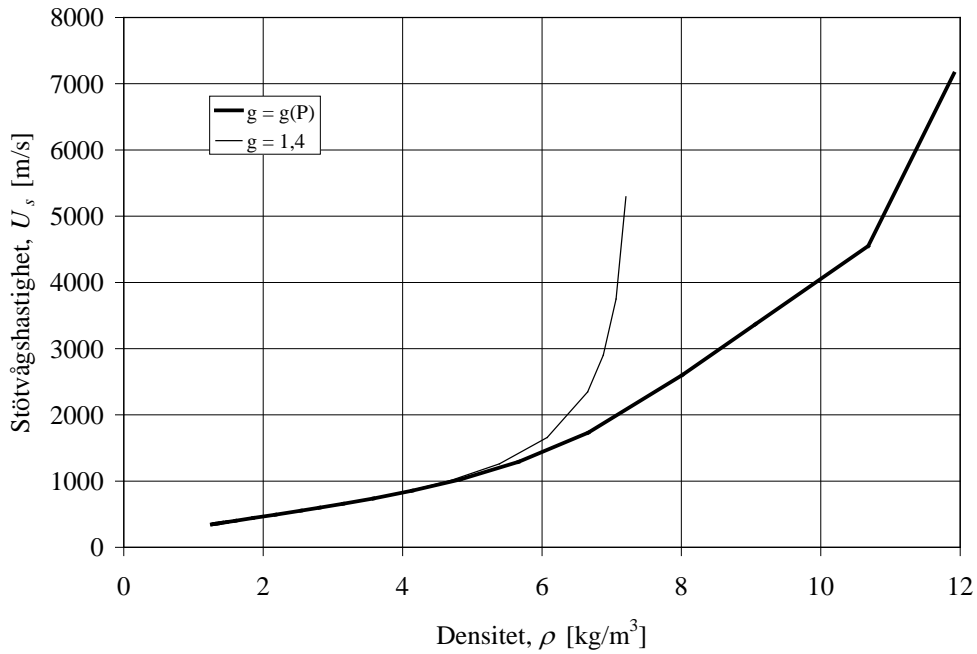
Figur C.3 Tryck som funktion av kompression enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



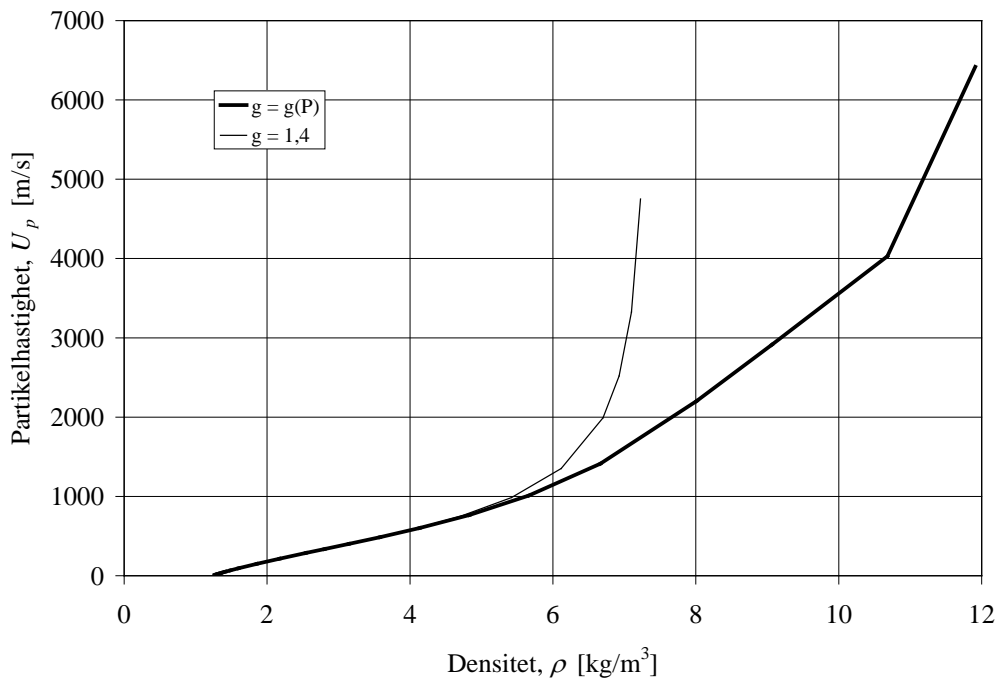
Figur C.4 Tryck som funktion av stötvågshastighet enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



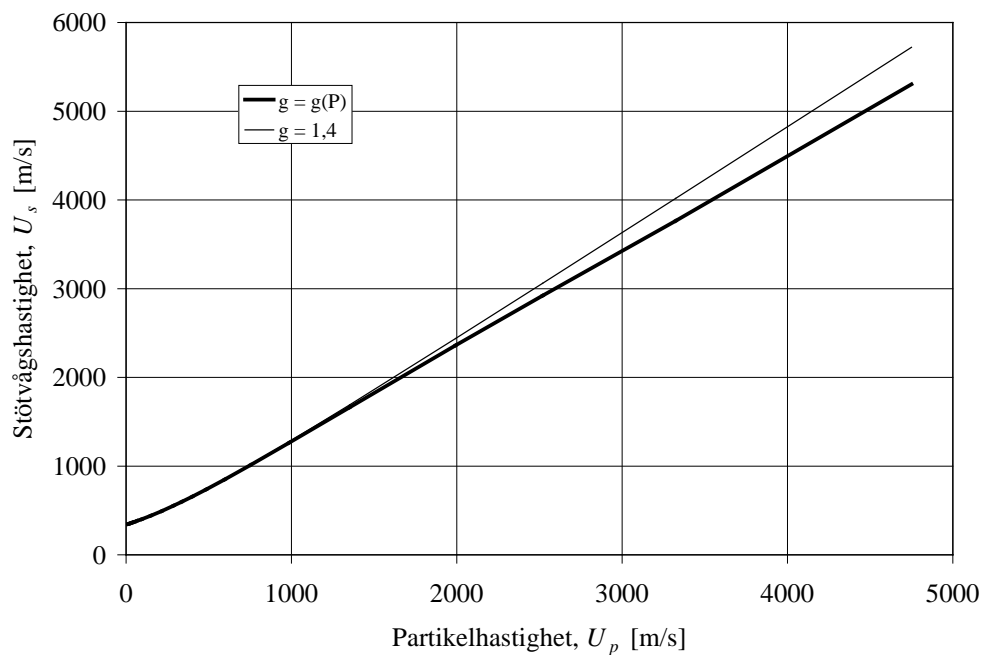
Figur C.5 Tryck som funktion av partikelhastighet enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



Figur C.6 Stötvågshastighet som funktion av densitet enligt uttryck i tabell 3.2 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



Figur C.7 Partikelhastighet som funktion av densitet enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.



Figur C.8 Stötståghastighet som funktion av partikelhastighet enligt uttryck i tabell 3.1 då värmekapacitetskvoten  $\gamma$  är konstant eller varierar med trycket i enlighet med figur C.1.

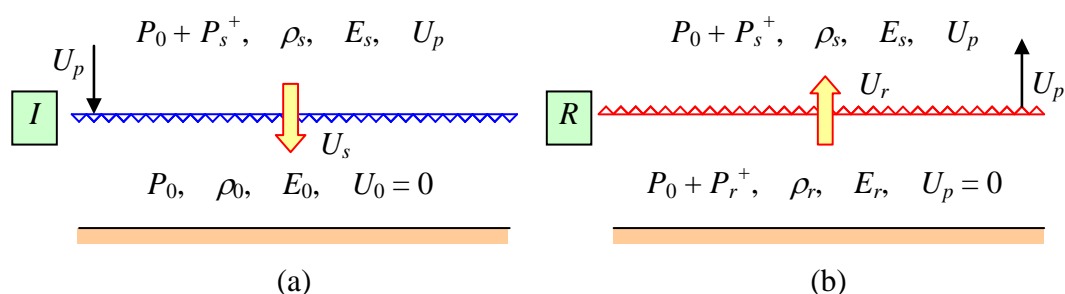
## Bilaga D Härlledning av reflekterat tryck vid normalreflexion

### D.1 Orientering

I avsnitt 3.3.2 introduceras ett uttryck för det reflekterade trycket  $P_r$  vid normalreflexion samt den tillhörande reflexionsfaktorn  $\Lambda$ . I denna bilaga presenteras härledningen av dessa uttryck.

### D.2 Reflekterat tryck

I avsnitt 3.2 och Bilaga B redovisas de samband som råder mellan olika stötvågsparametrar i luft. Dessa samband är framtagna med antagandet att stötvågen drar fram i ett område av ostörd luft (markeras med indexet  $0$  för aktuella parametrar). Egenskaperna hos en reflekterad stötvåg erhålls dock på samma sätt som det oreflekterade trycket men med den skillnaden att den reflekterade stötvågen rör sig genom ett annat medium – istället för att röra sig genom ostörd luft förflyttar sig den reflekterade stötvågen in i ett medium motsvarande den infallande stötvågen. Detta innebär att egenskaperna hos den reflekterade vågen erhålls genom att, i de i avsnitt 3.2 presenterade uttrycken, byta ut stötvågsparametrar med indexet  $0$  till stötvågsparametrar med indexet  $s$  (markerar därigenom att den reflekterade stötvågen rör sig genom ett medium svarande mot den inkommande stötvågen).



Figur D.1 Schematisk bild av normalreflexion av en plan stötvåg: (a) före reflexion, (b) efter reflexion. Baserad på Baker (1973) samt Kinney och Graham (1985).

Det som knyter samman den oreflekterade och reflekterade stötvågen är partikelhastigheten  $U_p$ . Såsom illustreras i figur D.1 är storleken hos dessa samma i stötvågsfronterna men motsatt riktade. Det reflekterade trycket  $P_r$  kan därigenom erhållas som

$$P_r = P_s + \rho_s U_p \left( \frac{(\gamma + 1)}{4} U_p + \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_s}{\rho_s}} \right) \quad (\text{D.1})$$

där ekvation (D.1) svarar mot ekvation (3) i tabell 3.1 men med tryck  $P_0$  och densitet  $\rho_0$  hos ostörd luft utbytta mot trycket  $P_s$  respektive densiteten  $\rho_s$  hos den infallande stötvågen. Värme-kapacitetskvoten  $\gamma$  sätts här till ett värde sammanhängande med trycket hos den oreflekterade vågen, dvs.  $\gamma = \gamma(P_s)$ . Riktigheten i denna approximation kan ifrågasättas eftersom någon hänsyn därmed inte tas till det större tryck som råder inom den reflekterade delen av stötvågen (jämför med avsnitt B.4 angående nyttjande av olika värden på  $\gamma$  på ömse sidor om stötvågsfronten).

För att återgå till härledningen av det reflekterade trycket  $P_r$  så utgås det häri att trycket hos den inkommande (oreflekterade) vågen  $P_s$  är känt. Detta innebär att ytterligare information behövs rörande dess densitet  $\rho_s$  samt partikelhastighet  $U_p$ . Dessa kan dock bestämmas utgående från den infallande vågens tryck som

$$\rho_s = \frac{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s} \rho_0 \quad (\text{D.2})$$

och

$$U_p = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \cdot \frac{(P_s - P_0)^2}{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0}} \quad (\text{D.3})$$

utifrån de samband som ges i ekvation (5) respektive (15) i tabell 3.1 och 3.2. Ekvation (D.1) kan skrivas om som

$$P_r = P_s + \left( \frac{(\gamma + 1)}{4} \rho_s U_p^2 + \rho_s U_p \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_s}{\rho_s}} \right) = P_s + a(P_s) + b(P_s) \quad (\text{D.4})$$

För tydlighetens skull beräknas delarna  $a(P_s)$  och  $b(P_s)$  separat. För  $a(P_s)$  fås att

$$a(P_s) = \frac{(\gamma + 1)}{4} \rho_s U_p^2 = \frac{(\gamma + 1)}{4} \cdot \frac{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s} \rho_0 \cdot \frac{2}{\rho_0} \frac{(P_s - P_0)^2}{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0} \quad (\text{D.5})$$

vilket kan förenklas till

$$a(P_s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\gamma + 1)(P_s - P_0)^2}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s} \quad (\text{D.6})$$

För  $b(P_s)$  fås med nyttjande av ekvation (D.2) och (D.3) att

$$\begin{aligned} b(P_s) &= \rho_s U_p \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} U_p^2 + \frac{\gamma P_s}{\rho_s}} = \\ &= \rho_s U_p \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2}{16} \cdot \frac{2}{\rho_0} \frac{(P_s - P_0)^2}{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0} + \gamma P_s \frac{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s}{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0} \frac{1}{\rho_0}} = \\ &= \rho_s U_p \sqrt{\frac{1}{8\rho_0} \cdot \frac{(\gamma + 1)^2 (P_s - P_0)^2 + 8\gamma P_s [(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s]}{(\gamma + 1)P_s + (\gamma - 1)P_0}} \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$



så att  $b(P_s)$  kan skrivas som

$$b(P_s) = \rho_s U_p \sqrt{\frac{1}{8\rho_0} \cdot \frac{c(P_s)}{(\gamma+1)P_s + (\gamma-1)P_0}} \quad (\text{D.8})$$

där täljaren  $b(P_s)$  i rotuttrycket kan förenklas ytterligare

$$\begin{aligned} c(P_s) &= (\gamma+1)^2 (P_s - P_0)^2 + 8\gamma P_s [(\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_s] = \\ &= (\gamma^2 + 2\gamma + 1)(P_s^2 - 2P_0P_s + P_0^2) + 8\gamma(\gamma+1)P_0P_s + 8\gamma(\gamma-1)P_s^2 = \\ &= \gamma^2 P_s^2 - 2\gamma^2 P_0P_s + 2\gamma P_s^2 - 4\gamma P_0P_s + P_s^2 - 2P_0P_s + (\gamma^2 + 2\gamma + 1)P_0^2 + \\ &\quad + 8\gamma^2 P_0P_s + 8\gamma P_0P_s + 8\gamma^2 P_s^2 - 8\gamma P_s^2 = \\ &= (9\gamma^2 - 6\gamma + 1)P_s^2 + (6\gamma^2 + 4\gamma - 2)P_0P_s + (\gamma^2 + 2\gamma + 1)P_0^2 \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

och slutligen skrivs som

$$\begin{aligned} c(P_s) &= (3\gamma - 1)^2 P_s^2 + 2(3\gamma - 1)(\gamma + 1)P_0P_s + (\gamma + 1)^2 P_0^2 = \\ &= [(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0]^2 \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

Sätt in detta i ekvation (D.8) och nyttja (D.2) och (D.3) för att uttrycka  $\rho_s$  respektive  $U_p$  som funktion av  $P_s$ . Då fås

$$\begin{aligned} b(P_s) &= \frac{(\gamma+1)P_s + (\gamma-1)P_0}{(\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_s} \rho_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \cdot \frac{(P_s - P_0)^2}{(\gamma+1)P_s + (\gamma-1)P_0}} \cdot \\ &\quad \cdot \sqrt{\frac{1}{8\rho_0} \cdot \frac{[(3\gamma-1)P_s + (\gamma+1)P_0]^2}{(\gamma+1)P_s + (\gamma-1)P_0}} \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

vilket kan förenklas till

$$b(P_s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(P_s - P_0)[(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0]}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s} \quad (\text{D.12})$$

Sätt nu in (D.6) och (D.12) i ekvation (D.4) och lös ut det reflekterade trycket  $P_r$ .

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(\gamma+1)(P_s - P_0)^2 + (P_s - P_0)[(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0]}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{2[(\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_s]P_s}{(\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(P_s)}{(\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_s} \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

Förenkla täljaren i (D.13) separat

$$\begin{aligned}
 d(P_s) &= 2(\gamma + 1)P_0P_s + 2(\gamma - 1)P_s^2 + (\gamma + 1)(P_s^2 - 2P_0P_s + P_0^2) + \\
 &\quad + (3\gamma - 1)P_s^2 + (\gamma + 1)P_0P_s - (3\gamma - 1)P_0P_s - (\gamma + 1)P_0^2 = \\
 &= (2\gamma - 2 + \gamma + 1 + 3\gamma - 1)P_s^2 + (2\gamma + 2 - 2\gamma - 2 + \gamma + 1 - 3\gamma + 3)P_0P_s = \\
 &= (6\gamma - 2)P_s^2 - (2\gamma - 2)P_0P_s
 \end{aligned} \tag{D.14}$$

och insatt i ekvation (D.13) ger detta slutligen att

$$\boxed{\frac{P_r}{P_s} = \frac{(3\gamma - 1)P_s - (\gamma - 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s}} \tag{D.15}$$

vilket är identiskt med det uttryck som anges i såväl Baker (1973) som Kinney och Graham (1985), och är även det samband som presenteras i avsnitt 3.3.2.

### D.3 Reflexionskoefficient

Föregående avsnitt härleder sambandet mellan det totala reflekterade trycket  $P_r$  och det oreflekterade trycket  $P_s$ . Ofta anges dock det reflekterande trycket som en reflexionskoefficient  $\Lambda$  baserat på det reflekterade och oreflekterade övertrycket  $P_r^+$  respektive  $P_s^+$  varför ett sådant samband också visas här.

$$\Lambda = \frac{P_r^+}{P_s^+} = \frac{P_r - P_0}{P_s - P_0} \tag{D.16}$$

Nyttjar ekvation (D.14) för att uttrycka  $P_r$  som funktion av  $P_s$  varvid (D.16) kan skrivas som

$$\begin{aligned}
 \Lambda &= \frac{[(3\gamma - 1)P_s - (\gamma - 1)P_0] \cdot P_s - [(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s] \cdot P_0}{(P_s - P_0)[(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s]} = \\
 &= \frac{(3\gamma - 1)P_s^2 - 2(\gamma - 1)P_0P_s - (\gamma + 1)P_0^2}{(P_s - P_0)[(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s]} = \frac{(P_s - P_0)[(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0]}{(P_s - P_0)[(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s]}
 \end{aligned} \tag{D.17}$$

och  $\Lambda$  slutligen kan uttryckas som

$$\boxed{\Lambda = \frac{(3\gamma - 1)P_s + (\gamma + 1)P_0}{(\gamma + 1)P_0 + (\gamma - 1)P_s}} \tag{D.18}$$

vilket också är det uttryck som ges i ekvation (3.34).

## Bilaga E Definition av Machtal

Ljudets hastighet är en viktig parameter vid betraktande av en stöt vågs framfart. Ljudhastigheten  $c$  i ett godtyckligt material kan uttryckas som

$$c = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (\text{E.1})$$

där  $K$  och  $G$  betecknar materialets kompressionsmodul respektive skjuvmodul och  $\rho$  betecknar materialets densitet. För luft är dock skjuvmodulen  $G = 0$  varför ekvation (E.1) kan förkortas till

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (\text{E.2})$$

Ovanstående uttryck används vanligen vid bestämning av ljudhastigheten i solida material. För en ideal gas är det dock möjligt att med hjälp av allmänna gaslagen samt uttryck för entropi, Kinney och Graham (1985), teckna ljudhastigheten som

$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (\text{E.3})$$

där  $\gamma$  är luftens värmekapacitetskvot,  $R$  är luftens gaskonstant (se Bilaga A) och  $T$  är temperaturen uttryckt i grader Kelvin. Ljudhastigheten för luft är vid en temperatur på 15 °C omkring 340,2 m/s.

Av praktiska skäl är det befogat att införa ett nytt dimensionslöst begrepp vid behandlandet av hastigheter. Detta begrepp, det så kallade Machtalet, definieras som kvoten mellan strömningshastigheten  $u$  i ett medium och ljudhastigheten  $c$  i samma medium, dvs.

$$M = \frac{u}{c} \quad (\text{E.4})$$

För en ideal gas kan detta, med nyttjande av ekvation (E.3), även skrivas som

$$M = \frac{u}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (\text{E.5})$$

av vilket framgår att Machtalet bland annat är beroende av temperaturen. Detta innebär således att en stöt våg som susar fram genom luften med hastigheten  $U_s$  har olika Machtal beroende på luftens temperatur. Machtalens storlek kan därför inte jämföras med varandra utan att hänsyn tas till det rådande energitillståndet (dvs, temperaturen) som råder i det aktuella mediet.

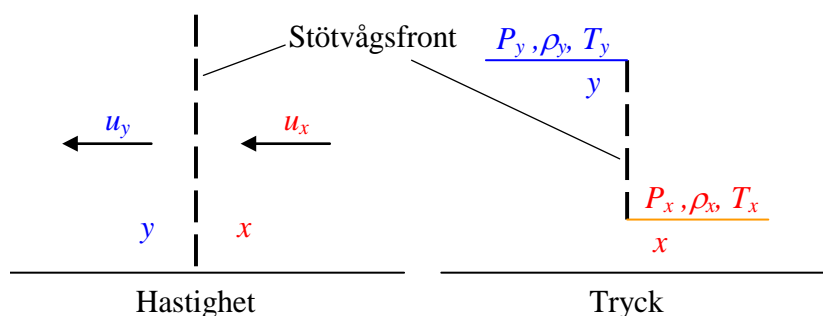
## Bilaga F Sned stöt

### F.1 Orientering

I avsnitt 3.3.2 behandlas hur inblandade stöt vågsparametrar bestäms då stöt vågen faller in mot ett plan orienterat vinkelrätt mot sin färdriktning. Det finns dock anledning att även titta närmare på vad som händer med stöt vågen då denna faller in snett mot ett plan. Denna teknik nyttjas sedan i avsnitt 3.3.3 och avsnitt 3.3.4 där sned reflektion och Machreflektion behandlas och tas därför upp här. Innehållet i detta avsnitt är till fullo baserat på Kinney och Graham (1985). Några härledningar av nedanstående presenterade uttryck ges egentligen inte. Sådana finns dock till stor del att tillgå i den ursprungliga referensen.

### F.2 Stöt vågsparametrar som funktion av Machhastighet

I Kinney och Graham (1985) uttrycks förhållandet mellan olika stöt vågsparametrar med hjälp av Machhastigheten (se Bilaga E för definition) i mediet framför och bakom stöt vågsfronten. Här betraktas även stöt vågen genomgående som en stillastående front och att det istället är den omgivande luften som rör sig mot den med en hastighet motsvarande stöt vågshastigheten, såsom illustreras i figur F.1.



Figur F.1 Stillastående stöt vågsfront där luften strömmar från höger till vänster med hastigheten  $u_x$  för att därefter sjunka till hastigheten  $u_y$  bakom fronten. Trycket, densiteten och temperaturen ökar då från  $P_x$ ,  $\rho_x$  och  $T_x$  till  $P_y$ ,  $\rho_y$  respektive  $T_y$ . Baserad på Kinney och Graham (1985).

Beteckningarna som nyttjas i Kinney och Graham (1985) skiljer sig något gentemot de som används i övrigt i den här rapporten. Samtliga parametrar, förutom hastigheten  $u_y$ , har dock en direkt motsvarighet. Hastigheten  $u_y$  motsvaras dock av skillnaden mellan stöt vågshastighet och partikelhastighet, dvs.

$$u_y = U_s - U_p \quad (\text{F.1})$$

I tabell F.1 listas de parametrar som används av Kinney och Graham samt dess motsvarighet i den här rapporten.

*Tabell F.1 Förhållande mellan stötstågparametrarnas beteckningar nyttjade i Kinney och Graham (1985) samt i den här rapporten.*

Beteckning enligt Kinney och Graham	Beteckning i den här rapporten
$P_x$	$P_0$
$P_y$	$P, P_s$
$\rho_x$	$\rho_0$
$\rho_y$	$\rho$
$u_x$	$U_s$
$u_y$	$U_s - U_p$
$T_x$	$E_0^{(1)}$
$T_y$	$E^{(1)}$

<sup>(1)</sup> Kinney och Graham använder temperatur för att beskriva den interna energin.

Förhållandet mellan hastigheterna  $u_y$  och  $u_x$  kan enligt Kinney och Graham tecknas som

$$\frac{u_y}{u_x} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_x^2}{(\gamma + 1)M_x^2} = [\gamma = 1,4] = \frac{5 + M_x^2}{6M_x^2} \quad (\text{F.2})$$

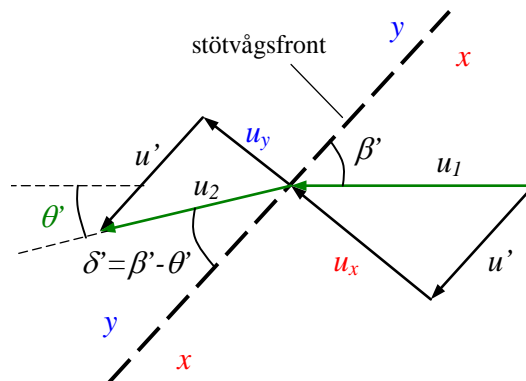
där

$$M_x = \frac{u_x}{c_x} \quad (\text{F.3})$$

betecknar stötståghastigheten i form av dess Machtal. Uttrycket i ekvation (F.2) används nedan för att bestämma effekten av en sned stöt.

### F.3 Reflektionsvinkel och våghastighet

Studera en stöt våg med hastigheten  $u_1$  som faller in mot ett plan med vinkeln  $\beta' \neq 90^\circ$ . Stöt vågens hastighet kan delas upp i sina två komponenter  $u_x$  och  $u'$ , såsom illustreras i figur F.2.



Figur F.2 Sned stöt mot stöt vågsfront. Luftströmmen träffar med en hastighet  $u_1$  i en vinkel  $\beta'$  i förhållande till stöt vågsfronten. Strömmen ändrar riktning med vinkeln  $\theta'$  och lämnar vågsfronten med en hastighet  $u_2$ . Baserad på Kinney och Graham (1985).

Komponenten  $u'$ , parallellt med det studerade planet, förblir opåverkad och kommer verka med samma riktning och storhet på andra sidan planet. Komponent  $u_x$ , med riktning vinkelrätt mot planet, kommer dock att förändras på normalt sätt, dvs. betraktas som en rätvinkligt infallande stöt våg såsom beskrivs i avsnitt F.2. Därvid kan den resulterande komponenten  $u_y$  bestämmas utgående från det uttryck som ges i ekvation (F.2) och tillsammans med den ursprungliga komponenten  $u'$  kan reflektionsvinkeln  $\delta' = \beta' - \theta'$  bestämmas som

$$\tan(\beta' - \theta') = \frac{u_y}{u'} \tag{F.4}$$

eller, efter kombinerad med ekvation (F.2), även uttryckas som

$$\frac{\tan(\beta' - \theta')}{\tan \beta'} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \beta'}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \beta'} = [\gamma = 1.4] = \frac{5 + M_1^2 \sin^2 \beta'}{6M_1^2 \sin^2 \beta'} \tag{F.5}$$

där

$$M_1 = \frac{M_x \sin \beta'}{c_x} = \frac{u_1}{c_x} \tag{F.6}$$

är Machtalet för den snett infallande vågen och  $c_x$  är ljudhastighet framför stöt vågsfronten.

Den resulterande våghastigheten  $u_2$  kan bestämmas som

$$u_2 = \frac{u_y}{\sin(\beta' - \theta')} = \sqrt{u_y^2 + u'^2} \quad (\text{F.7})$$

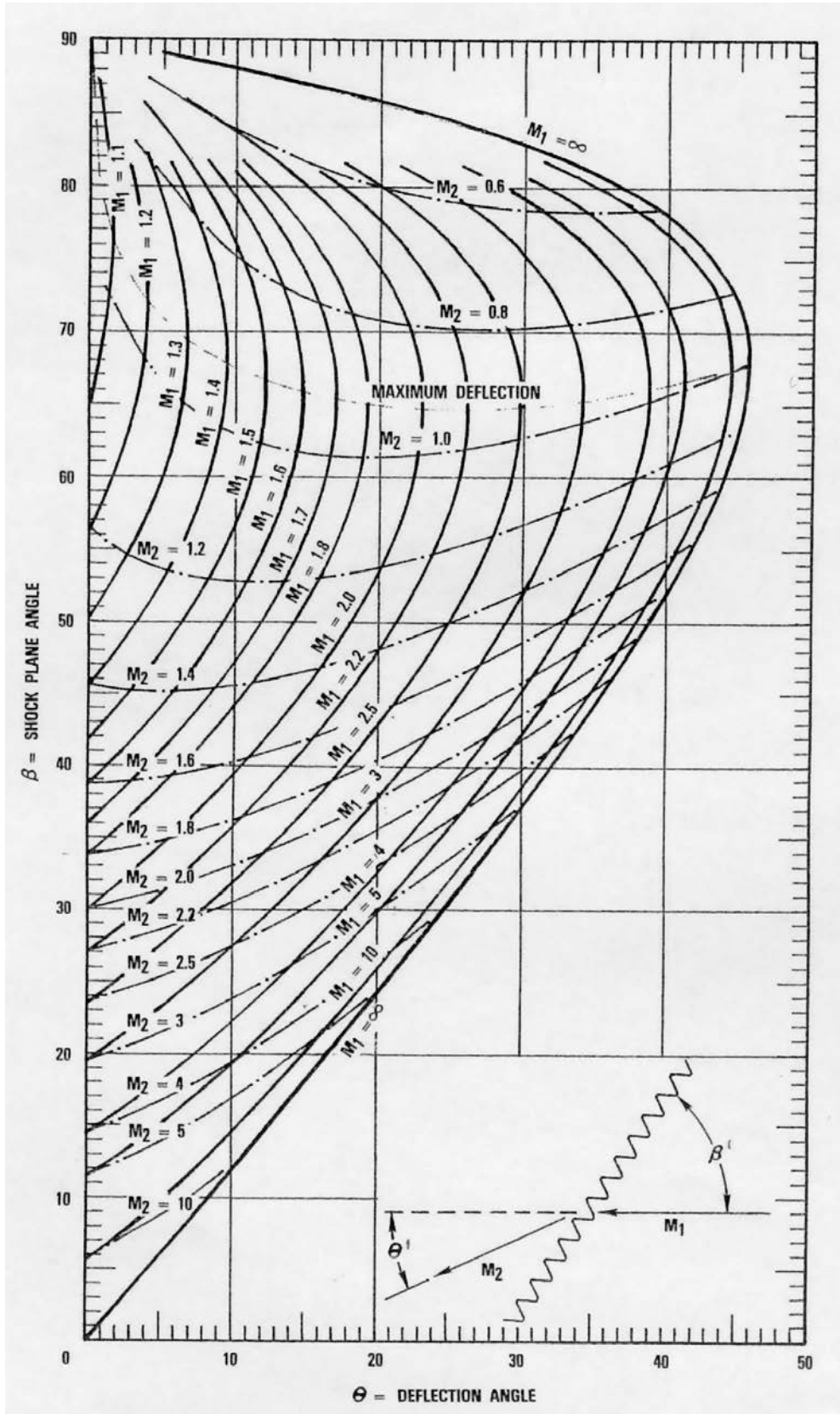
vilket resulterar i ett Machtal

$$M_2 = \frac{u_2}{c_y} \quad (\text{F.8})$$

där  $c_y$  är ljudhastigheten i mediet bakom stöt vågsfronten. Denna ljudhastighet är dock beroende av stöt vågens styrka varför  $M_2$  inte kan bestämmas rakt av. Det går dock att visa att den resulterande våghastigheten, uttryckt som ett Machtal, kan beräknas som

$$M_2^2 \sin^2(\beta' - \theta') = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \beta'}{2\gamma \cdot M_1^2 \sin^2 \beta' - (\gamma - 1)} = [\gamma = 1.4] = \frac{5 + M_1^2 \sin^2 \beta'}{7M_1^2 \sin^2 \beta'} \quad (\text{F.9})$$

Kinney och Graham sammanfattar dessa resultat i ett diagram, se figur F.3, ur vilket det relativt enkelt är möjligt att grafiskt utläsa sambandet mellan ingående och utgående Machhastigheter  $M_1$  och  $M_2$  samt infallsvinkel  $\beta'$  och deflektionsvinkel  $\theta'$  förhåller sig till varandra.



Figur F.3 Grafisk framställning av samband mellan hastigheterna  $M_1$  och  $M_2$  samt vinklarna  $\beta'$  och  $\theta$ . Från Kinney och Graham (1985).



### **Bilaga G    Empiriska uttryck av stötvågsstorheter**

#### **G.1    Orientering**

I detta appendix redovisas empiriska samband för olika stötvågsstorheter i form av ekvationer såväl som i tabellform. Värdena är hämtade från Kingery och Bulmash (1984), Baker (1973), Kingery (1966) samt Goodman (1960).

Syftet med bilagan är ge en ordentlig grund till vad som idag används för att beskriva de storheter hos en stötvåg som erhålls av en explosion av given styrka på ett godtyckligt avstånd. Samtliga samband gäller för explosion med möjlighet till fri sfärisk avlastning.

### G.2 Uttryck enligt Kingery och Bulmash (1984)

#### G.2.1 Orientering

ConWep (1992) refererar till Kingery och Bulmash (1984) för de uttryck som nyttjas i programmet och som nyttjats för de samband som åskådliggörs i avsnitt 4.3.2. I detta avsnitt redovisas de polynomuttryck som ges i denna referens.

Vid framtagning av nedanstående samband har inte ursprungliga försöksdata nyttjats vid utvärderingen. Istället har dessa baserats på föreslagna samband från ett antal olika referenser vilka har fått fungera som indata för framtagandet av de slutliga polynomuttrycken.

Nedan följer några kommentarer från Kingery och Bulmash rörande nedan givna polynomuttryck för aktuella stöt vågsp parametrar. De referenser som nyttjats för framtagandet av varje polynom listas i samband med respektive uttryck.

**Oreflekterat övertryck:** Kan tas fram via tryckmätning eller räknas fram utgående från stöt vågshastigheten enligt uttryck givna i Bilaga B.

**Reflekterat övertryck:** Framtaget utgående från oreflekterat tryck enligt uttryck redovisade i Bilaga B.

**Oreflekterad impuls:** Konstateras att denna är en funktion av övertryck, varaktighet samt hur övertrycket avtar med tiden.

**Reflekterad impuls:** Råder brist på specifika mätningar för denna stöt vågsp parameter. Saknas även ett direkt samband mellan reflekterad och oreflekterad impuls motsvarande det som finns för reflekterat och oreflekterat övertryck. Vid utvärdering av nedan givna samband har värden för explosion av Pentolite nyttjats. Vid omräkning från Pentolite till TNT användes en ekvivalent vikt på 1,17.

**Varaktighet:** Är en av de parametrar som är svårast att uppmäta tillförlitliga försöksdata om. Detta gäller speciellt för starka stöt vågor, dvs då det skalade avståndet  $Z$  är litet.

**Ankomsttid:** Är kanske den parameter som är enklast att få tillförlitliga mätresultat på vilket också påvisas av det faktum att spridningen i försöksresultat är liten i förhållande till övriga stöt vågsp parametrar.

**Stöt vågshastighet:** Erhålls inte från en direkt mätning utan räknas istället ut utgående från stöt vågens ankomsttid. Stöt vågshastigheten kan sedan nyttjas för att räkna fram det oreflekterade övertrycket.

### G.2.2 Oreflekerat övertryck, $P_s^+$

$$P_s^+ = 10^y \text{ [kPa]} \quad (\text{G.1})$$

där

$$y = 2,611368669 - 1,69012801396 \cdot \alpha + 0,00804973591951 \cdot \alpha^2 + 0,33674311494 \cdot \alpha^3 - 0,00516226351334 \cdot \alpha^4 - 0,0809228619888 \cdot \alpha^5 - 0,00478507266747 \cdot \alpha^6 + 0,00793030472242 \cdot \alpha^7 + 0,0007684469735 \cdot \alpha^8 \quad (\text{G.2})$$

$$\alpha = -0,214362789151 + 1,35034249993 \cdot Z \quad (\text{G.3})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 40 \quad (\text{G.4})$$

### G.2.3 Reflekerat övertryck, $P_r^+$

$$P_r^+ = 10^y \text{ [kPa]} \quad (\text{G.5})$$

där

$$y = 3,22958031387 - 2,21400538997 \cdot \alpha + 0,035119031446 \cdot \alpha^2 + 0,657599992109 \cdot \alpha^3 + 0,0141818951887 \cdot \alpha^4 - 0,243076636231 \cdot \alpha^5 - 0,015869983158 \cdot \alpha^6 + 0,0492741184234 \cdot \alpha^7 + 0,00227639644004 \cdot \alpha^8 - 0,00397126276276058 \cdot \alpha^9 \quad (\text{G.6})$$

$$\alpha = -0,214362789151 + 1,35034249993 \cdot Z \quad (\text{G.7})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 40 \quad (\text{G.8})$$

Nyttjade referenser för oreflekerat och reflekterat övertryck har enligt Kingery och Bulmash varit: TM 5-1300 (1969), Kingery (1966), Baker (1973), Goodman (1960), DOE/TIC (1980), Reisler *et al.* (1976), Reisler *et al.* (1977), Swisdak (1975) samt DASA (1973).

**G.2.4 Oreflekterad impulstäthet,  $i_s^+$**

$$\frac{i_s^+}{W^{1/3}} = 10^y \quad [\text{P}\cdot\text{as}/\text{kg}^{1/3}] \quad (\text{G.9})$$

där

$$y = 2,38830516757 - 0,443749377691 \cdot \alpha + 0,168825414684 \cdot \alpha^2 + 0,0348138030308 \cdot \alpha^3 - 0,010435192824 \cdot \alpha^4 \quad (\text{G.10})$$

$$\alpha = 2,34723921354 + 3,24299066475 \cdot Z \quad (\text{G.11})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 0,792 \quad (\text{G.12})$$

$$y = 1,55197227115 - 0,40463292088 \cdot \alpha - 0,0142721946082 \cdot \alpha^2 + 0,00912366316617 \cdot \alpha^3 - 0,0006750681404 \cdot \alpha^4 - 0,00800863718901 \cdot \alpha^5 + 0,00314819515931 \cdot \alpha^6 + 0,00152044783382 \cdot \alpha^7 - 0,0007470265899 \cdot \alpha^8 \quad (\text{G.13})$$

$$\alpha = -1,75305660315 + 2,30629231803 \cdot Z \quad (\text{G.14})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,792 < Z < 40 \quad (\text{G.15})$$

Nyttjade referenser för oreflekterad impulstäthet har enligt Kingery och Bulmash varit: Kingery (1966), Reisler *et al.* (1976), Reisler *et al.* (1977), Swisdak (1975) samt DASA (1973).

**G.2.5 Reflekterad impulstäthet,  $i_r^+$**

$$\frac{i_r^+}{W^{1/3}} = 10^y \quad [\text{P}\cdot\text{as}/\text{kg}^{1/3}] \quad (\text{G.16})$$

där

$$y = 2,55875660396 - 0,903118886091 \cdot \alpha + 0,101771877942 \cdot \alpha^2 - 0,0242139751146 \cdot \alpha^3 \quad (\text{G.17})$$

$$\alpha = -0,204004553231 + 1,37882996018 \cdot Z \quad (\text{G.18})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 40 \quad (\text{G.19})$$

Nyttjade referenser för reflekterad impulstäthet har enligt Kingery och Bulmash varit: Goodman (1960), Reisler *et al.* (1976) samt Reisler *et al.* (1977).

G.2.6 Varaktighet hos positiv fas,  $t^+$

$$\frac{t^+}{W^{1/3}} = 10^y \quad [\text{ms/kg}^{1/3}] \quad (\text{G.20})$$

där

$$y = -0,686608550419 + 0,164953518069 \cdot \alpha + 0,127788499497 \cdot \alpha^2 + 0,00291430135946 \cdot \alpha^3 + 0,00187957449227 \cdot \alpha^4 + 0,0173413962543 \cdot \alpha^5 + 0,00269739758043 \cdot \alpha^6 - 0,00361976502798 \cdot \alpha^7 - 0,00100926577934 \cdot \alpha^8 \quad (\text{G.21})$$

$$\alpha = 2,26367268496 + 5,11588554305 \cdot Z \quad (\text{G.22})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,147 < Z < 0,888 \quad (\text{G.23})$$

$$y = 0,23031841078 - 0,0297944268969 \cdot \alpha + 0,0306329542941 \cdot \alpha^2 + 0,0183405574074 \cdot \alpha^3 - 0,0173964666286 \cdot \alpha^4 - 0,00106321963576 \cdot \alpha^5 + 0,0056206003128 \cdot \alpha^6 + 0,0001618217499 \cdot \alpha^7 - 0,0006860188944 \cdot \alpha^8 \quad (\text{G.24})$$

$$\alpha = -1,33361206714 + 9,2996288611 \cdot Z \quad (\text{G.25})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,888 < Z < 2,28 \quad (\text{G.26})$$

$$y = 0,621036276475 + 0,096703199552 \cdot \alpha - 0,00801302059667 \cdot \alpha^2 + 0,00482705779732 \cdot \alpha^3 + 0,00187587272287 \cdot \alpha^4 - 0,00246738509321 \cdot \alpha^5 - 0,000841116668 \cdot \alpha^6 + 0,0006193291052 \cdot \alpha^7 \quad (\text{G.27})$$

$$\alpha = -3,13005805346 + 3,1524725364 \cdot Z \quad (\text{G.28})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 2,28 < Z < 40 \quad (\text{G.29})$$

Nyttjade referenser för varaktighet har enligt Kingery och Bulmash varit: Reisler *et al.* (1976), Reisler *et al.* (1977), Swisdak (1975) samt DASA (1973).

**G.2.7 Ankomsttid,  $t_a$**

$$\frac{t_a}{W^{1/3}} = 10^y \quad [\text{ms/kg}^{1/3}] \quad (\text{G.30})$$

där

$$y = 0,0720707787637 + 1,36456871214 \cdot \alpha - 0,0570035692784 \cdot \alpha^2 - 0,182832224796 \cdot \alpha^3 + 0,0118851436014 \cdot \alpha^4 + 0,04326487627 \cdot \alpha^5 - 0,0007997367834 \cdot \alpha^6 - 0,00436073555033 \cdot \alpha^7 \quad (\text{G.31})$$

$$\alpha = -0,253273111999 + 1,37407043777 \cdot Z \quad (\text{G.32})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 40 \quad (\text{G.33})$$

Nyttjade referenser för ankomsttid har enligt Kingery och Bulmash varit: TM 5-1300 (1969), Kingery (1966), Baker (1973), Goodman (1960), DOE/TIC (1980), Reisler *et al.* (1976), Reisler *et al.* (1977), Swisdak (1975) samt DASA (1973).

**G.2.8 Stötvågshastighet,  $U_s$**

$$U_s = 10^y \quad [\text{m/ms}] \quad (\text{G.34})$$

där

$$y = -0,144615443471 - 0,650507560471 \cdot \alpha + 0,2913206540009 \cdot \alpha^2 + 0,307916322787 \cdot \alpha^3 - 0,183361123489 \cdot \alpha^4 - 0,197740454538 \cdot \alpha^5 + 0,0909119559768 \cdot \alpha^6 + 0,0898926178054 \cdot \alpha^7 - 0,0287370990248 \cdot \alpha^8 - 0,0248730221702 \cdot \alpha^9 + 0,00496311705671 \cdot \alpha^{10} + 0,0037224076361 \cdot \alpha^{11} - 0,0003533736952 \cdot \alpha^{12} - 0,0002292913709 \cdot \alpha^{13} \quad (\text{G.35})$$

$$\alpha = -0,214362789151 + 1,35034249993 \cdot Z \quad (\text{G.36})$$

$$Z = \frac{r}{W^{1/3}} \quad \text{då} \quad 0,0531 < Z < 40 \quad (\text{G.37})$$

Stötvågshastigheten är framtagen via samband motsvarande de som redovisas i Bilaga B.

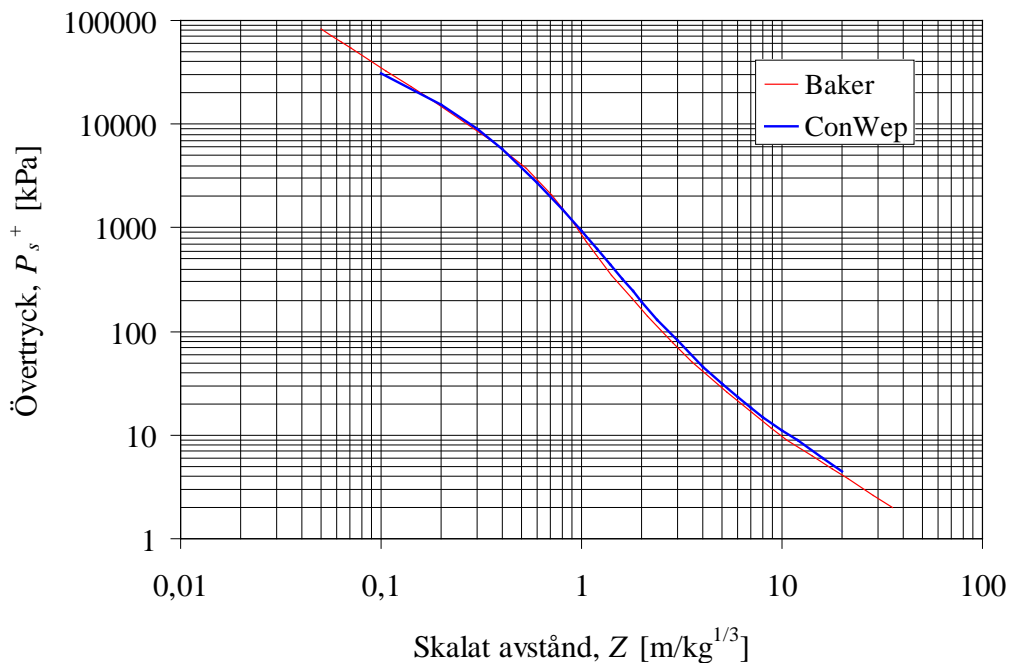
### G.3 Samband enligt Baker (1985)

I Baker (1973) redovisas utförliga data för kurvor beskrivande de stötvågparametrar och stötvågsstorheter som hör samman med en stötvåg. Informationen i Baker ges i amerikanska enheter och har därför först omräknats till SI-enheter. I tabell G.1 redovisas de omräknade värden som använts här och som ligger till grund för figur G.1 till G.6 där de stötvågsstorheter som bedömts vara av störst intresse jämförs med samband enligt ConWep (1992).

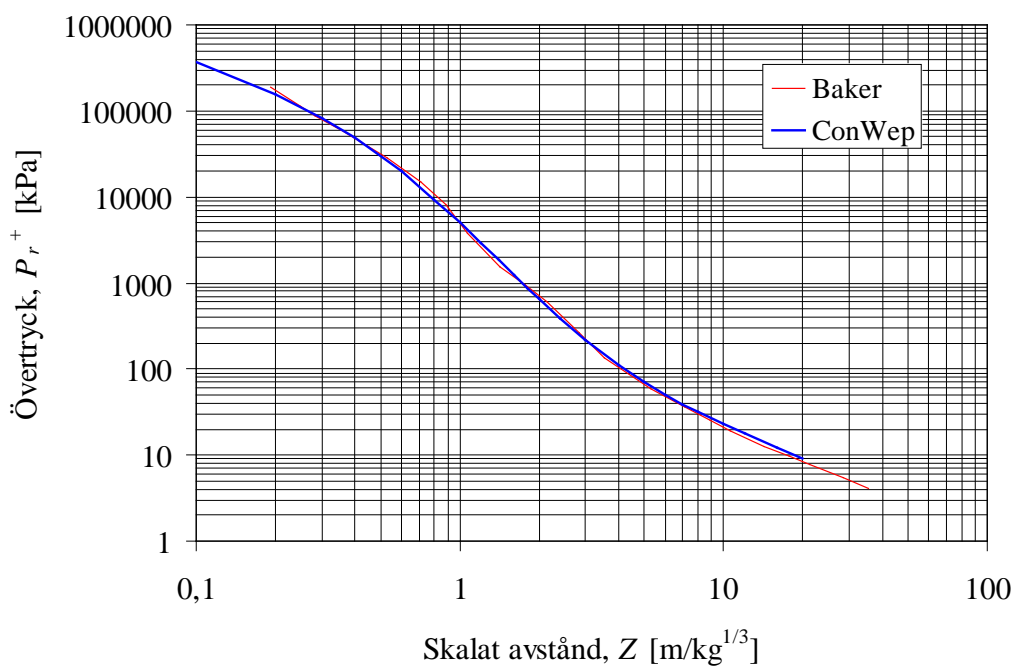
Som en parentes kan nämnas att de samband som återges i FortH 2 (1991) är hämtade från Baker (1973).

Tabell G.1 Stötvågparametrar som funktion av det skalade avståndet. Storheter omräknade att uttryckas i SI-enheter utgående från värden givna i Baker (1973).

Z [m/kg <sup>1/3</sup> ]	P <sub>s</sub> <sup>+</sup> [kPa]	P <sub>r</sub> <sup>+</sup> [kPa]	t <sub>a</sub> <sup>+</sup> /W <sup>1/3</sup> [ms/kg <sup>1/3</sup> ]	T <sup>+</sup> /W <sup>1/3</sup> [ms/kg <sup>1/3</sup> ]	I <sub>s</sub> /W <sup>1/3</sup> [Pa*s/kg <sup>1/3</sup> ]	I <sub>r</sub> /W <sup>1/3</sup> [Pa*s/kg <sup>1/3</sup> ]
0,050	83 046	-	-	-	-	-
0,057	71 284	-	-	-	-	-
0,064	61 346	-	1,73·10 <sup>3</sup>	-	-	-
0,071	53 843	-	2,69·10 <sup>3</sup>	-	-	-
0,106	32 853	-	8,39·10 <sup>3</sup>	-	-	-
0,142	22 815	-	1,54·10 <sup>2</sup>	2,15·10 <sup>1</sup>	-	-
0,177	17 238	-	2,36·10 <sup>2</sup>	1,92·10 <sup>1</sup>	-	-
0,191	-	186 574	-	-	-	-
0,213	-	-	-	1,82·10 <sup>1</sup>	-	3,25·10 <sup>3</sup>
0,248	-	112 553	-	-	-	-
0,284	-	87 203	-	1,82·10 <sup>1</sup>	-	1,96·10 <sup>3</sup>
0,354	6 885	59 318	7,94·10 <sup>2</sup>	1,99·10 <sup>1</sup>	8,29·10 <sup>1</sup>	1,34·10 <sup>3</sup>
0,532	3 772	28 088	1,60·10 <sup>1</sup>	3,55·10 <sup>1</sup>	8,32·10 <sup>1</sup>	7,15·10 <sup>2</sup>
0,709	2 069	14 804	2,66·10 <sup>1</sup>	9,22·10 <sup>1</sup>	1,12·10 <sup>2</sup>	4,82·10 <sup>2</sup>
0,886	1 207	8 142	3,98·10 <sup>1</sup>	1,64·10 <sup>0</sup>	1,09·10 <sup>2</sup>	3,75·10 <sup>2</sup>
1,06	738	3 823	5,64·10 <sup>1</sup>	1,78·10 <sup>0</sup>	9,35·10 <sup>1</sup>	3,11·10 <sup>2</sup>
1,42	351	1 551	1,031·10 <sup>0</sup>	1,65·10 <sup>0</sup>	7,34·10 <sup>1</sup>	2,34·10 <sup>2</sup>
1,77	208	953	1,64·10 <sup>0</sup>	1,69·10 <sup>0</sup>	6,02·10 <sup>1</sup>	1,88·10 <sup>2</sup>
2,13	140	613	2,27·10 <sup>0</sup>	1,89·10 <sup>0</sup>	5,09·10 <sup>1</sup>	1,58·10 <sup>2</sup>
2,84	78	267	3,54·10 <sup>0</sup>	2,42·10 <sup>0</sup>	3,92·10 <sup>1</sup>	1,18·10 <sup>2</sup>
3,54	51	133	4,85·10 <sup>0</sup>	2,79·10 <sup>0</sup>	3,19·10 <sup>1</sup>	9,35·10 <sup>1</sup>
5,32	26	59	8,65·10 <sup>0</sup>	-	-	-
7,09	16	36	1,31·10 <sup>1</sup>	3,77·10 <sup>0</sup>	1,67·10 <sup>1</sup>	3,98·10 <sup>1</sup>
8,86	12	25	1,78·10 <sup>1</sup>	-	-	-
10,6	9,0	19	2,29·10 <sup>1</sup>	-	-	-
14,2	6,2	13	3,34·10 <sup>1</sup>	4,64·10 <sup>0</sup>	8,58·10 <sup>0</sup>	1,83·10 <sup>1</sup>
17,7	4,7	10	4,39·10 <sup>1</sup>	-	-	-
21,3	3,8	7,8	5,41·10 <sup>1</sup>	5,16·10 <sup>0</sup>	5,77·10 <sup>0</sup>	1,18·10 <sup>1</sup>
28,4	2,6	5,4	7,45·10 <sup>1</sup>	5,54·10 <sup>0</sup>	4,33·10 <sup>0</sup>	8,87·10 <sup>0</sup>
35,4	2,0	4,1	9,48·10 <sup>1</sup>	5,87·10 <sup>0</sup>	3,43·10 <sup>0</sup>	6,95·10 <sup>0</sup>



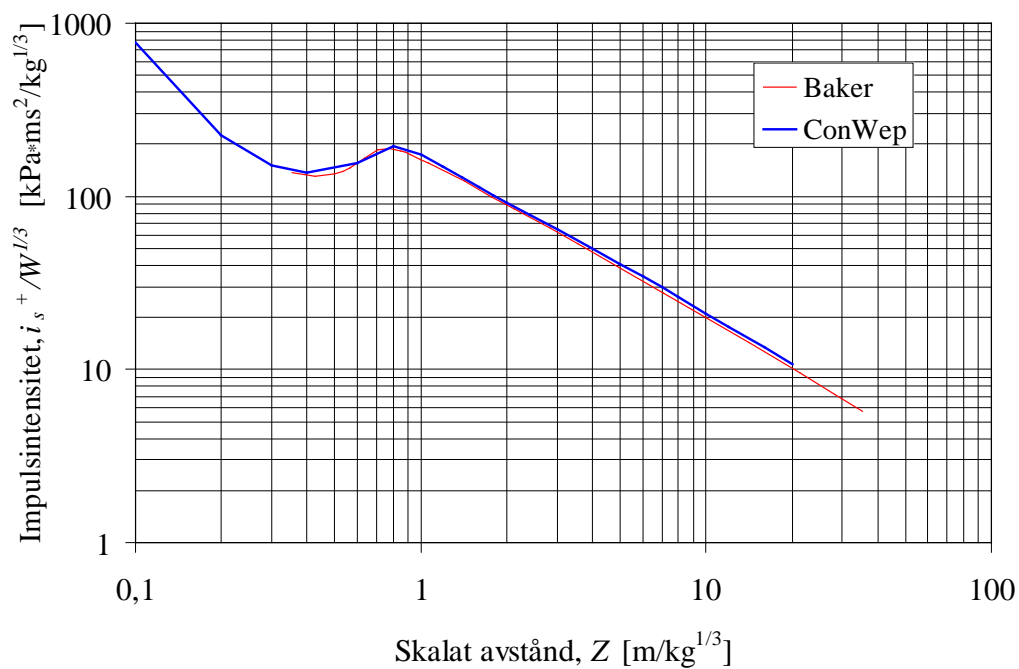
Figur G.1 Oreflekerat övertryck som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



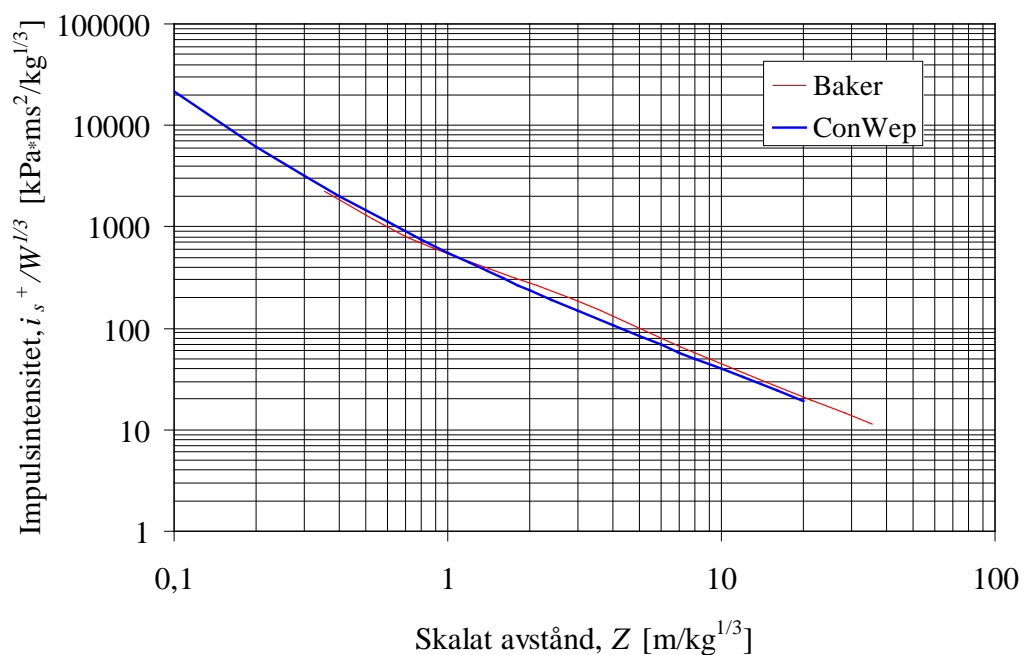
Figur G.2 Reflekerat övertryck som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



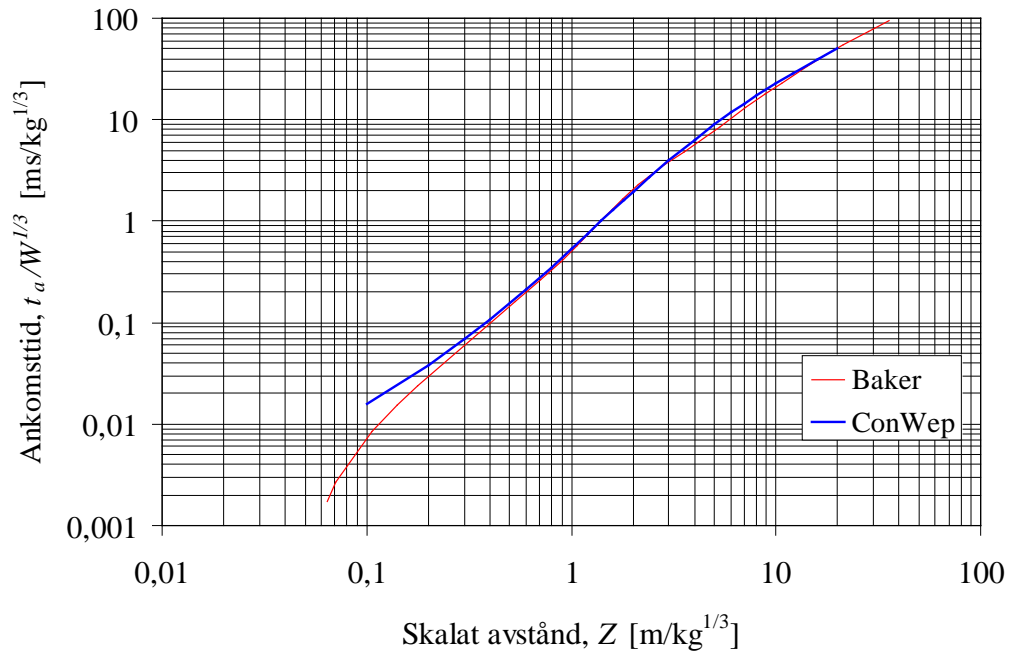
## Luftstövåg



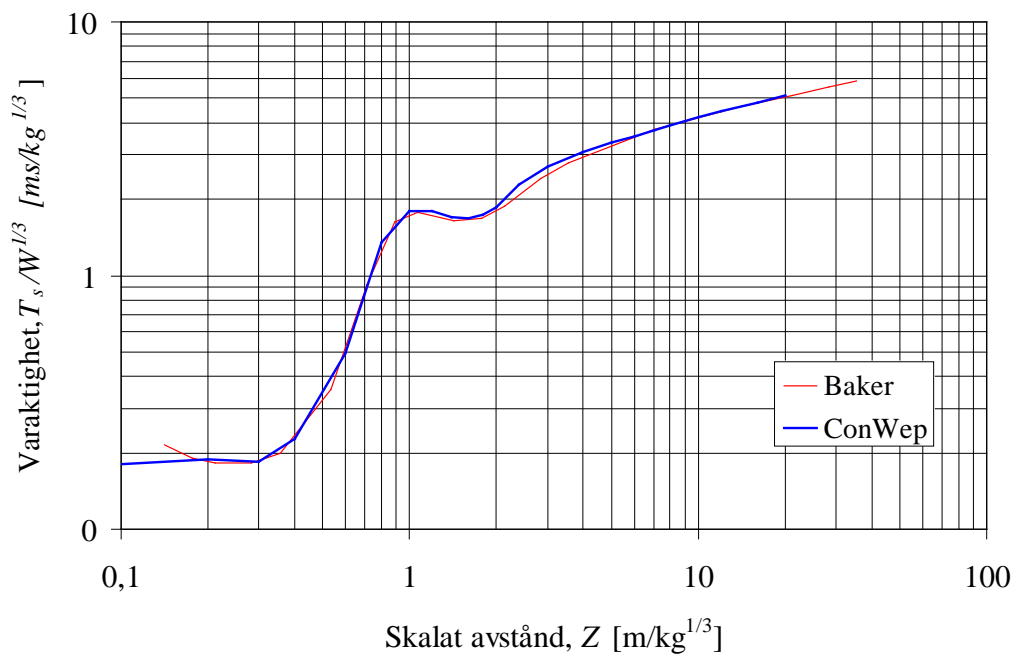
Figur G.3 Oreflekerad impulstäthet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



Figur G.4 Reflekerad impulstäthet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



Figur G.5 Ankomsttid som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).



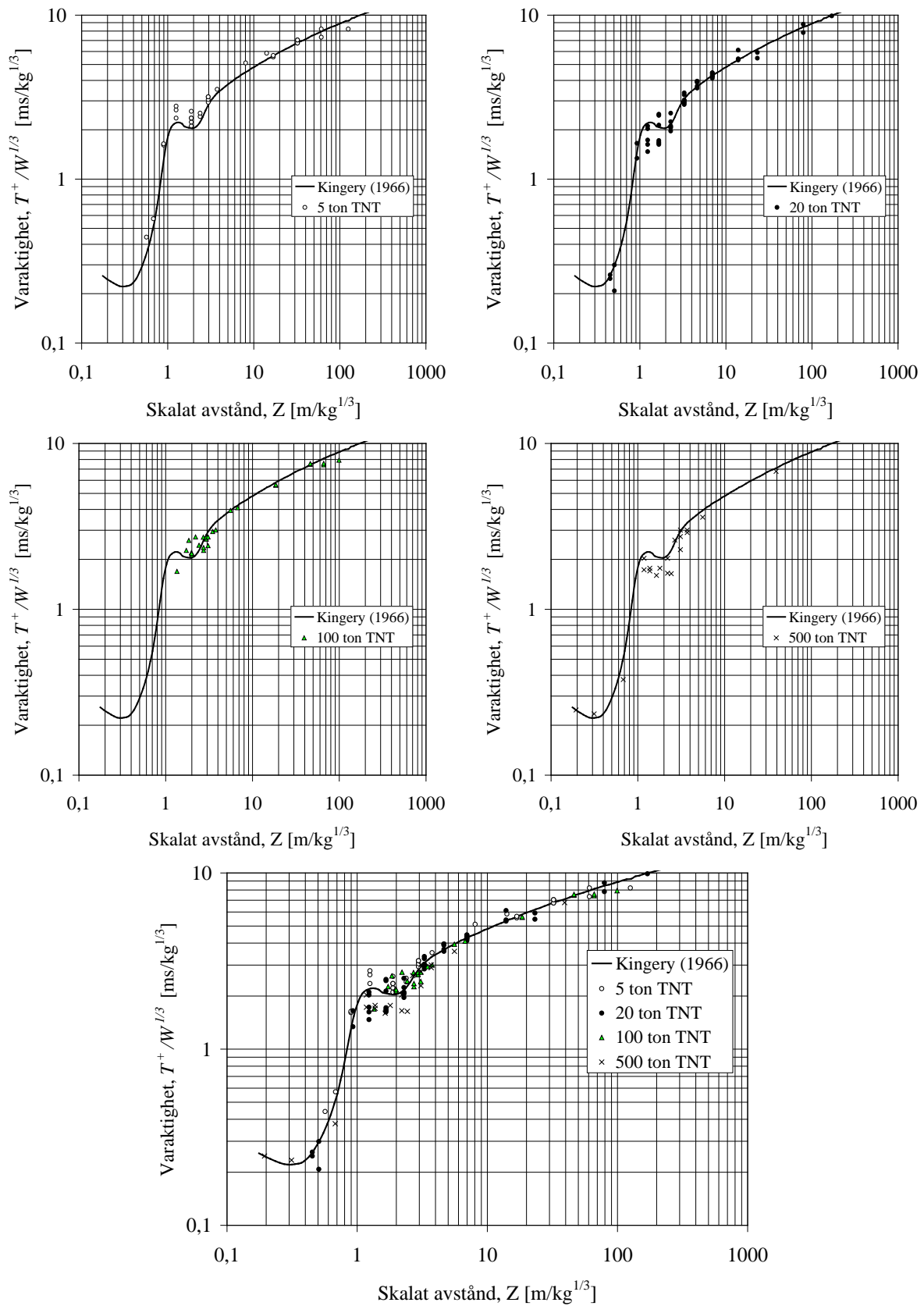
Figur G.6 Varaktighet som funktion av det skalade avståndet. Jämförelse mellan Baker (1973) och ConWep (1992).

### G.4 Samband enligt Kingery (1966)

De värden som Baker (1973) redovisar för oreflekterad impulstäthet samt varaktighet är hämtade från Kingery (1966). Kingery har sammanställt ett stort antal försök av hemisfäriska sprängladdningar (dvs, explosion med kontakt mot mark) av varierande storlek – 5, 20, 100 samt 500 ton TNT. Dessa resultat redovisas här av framförallt två orsaker – dels att jämföra med de värden som presenteras i Baker och dels för att söka klargöra orsaken till de lokala maxpunkter som erhålls för såväl oreflekterad impulstäthet som för övertryckets varaktighet då det skalade avståndet  $Z \approx 1,0$ , se figur G.3 och G.6.

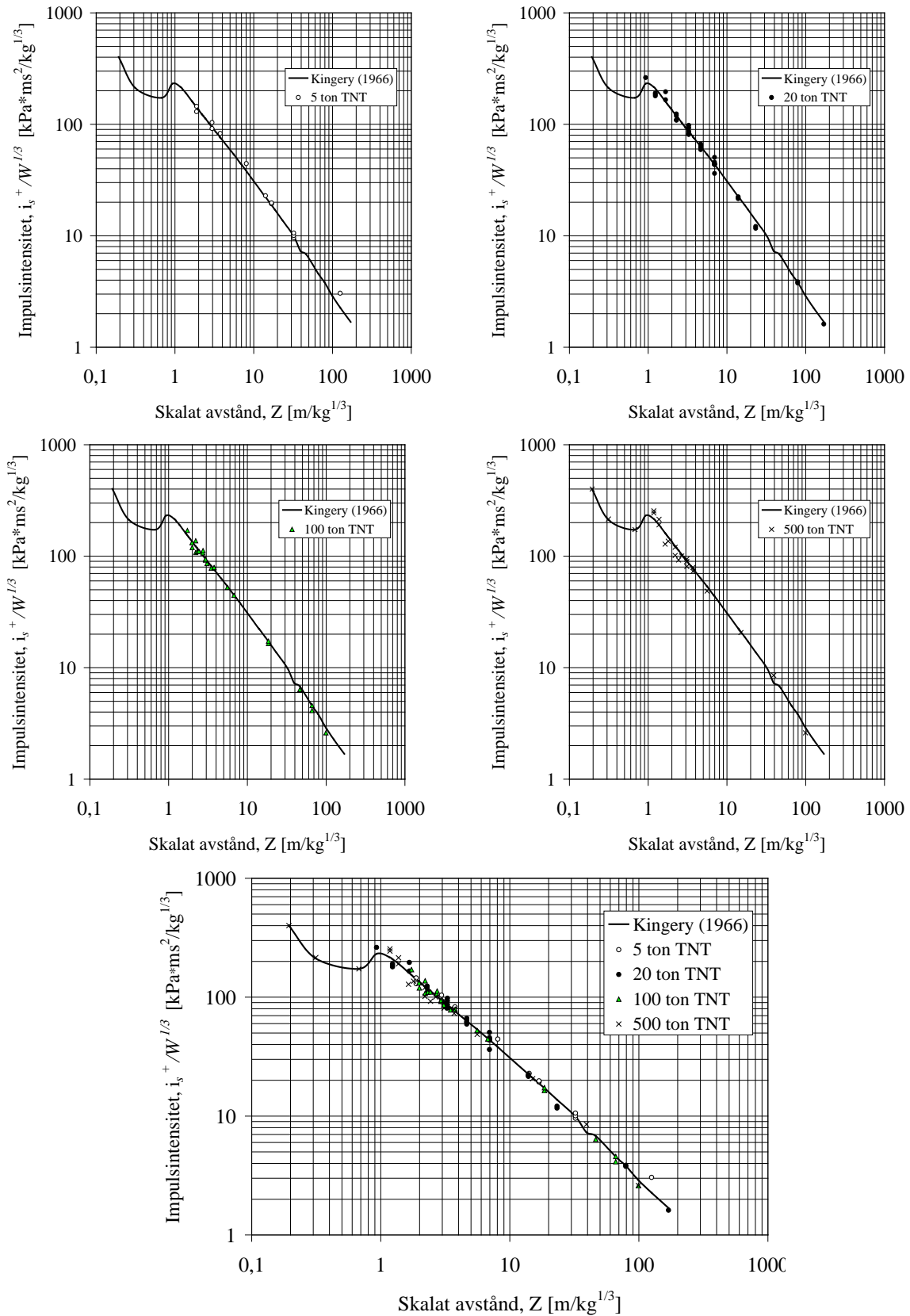
Försöksresultaten som Kingery baserat sina föreslagna samband på redovisas grafiskt i figur G.7 och G.8 samt tabellform i tabell G.2 respektive tabell G.3. Tabellerade värden för av Kingery valda samband redovisas i tabell G.4 och G.5. Kingery rapporterar att en viss skillnad i erhållna samband för impulstäthet erhöles beroende på explosionskällans storlek och har därför presenterat två olika samband – en för laddningarna på 5 ton och en där samtliga försöksdata (även de på 5 ton) beaktades. I den här rapporten nyttjas dock endast den senare (tabell G.4) och några tabellerade värden för den förstnämnda ges ej.

Det är intressant att nämna hur framtagningen av föreslagna kurvor tagits fram utgående från de försöksdata som presenteras här. Något förenklat kan sägas att försöksdata prickats in i log-log diagram för att därefter, utgående från de samlade punkterna, dra en kurva med ögats hjälp. Kingery, och även andra referenser såsom Goodman (1960) och Baker (1973), använder sig av uttrycket ”*smoothed by eye*” eller motsvarande för att beskriva hur kurvdragningen gått till. Kingery har dock inte stannat här utan har även gjort en matematisk bedömning genom att värdera hur många punkter som ligger över respektive under det framtagna sambandet. Vidare görs en feluppskattning där summan av den inbördes skillnaden mellan försök och empiriskt samband bedöms. De samband som presenteras här baseras således inte på någon egentlig regressionsanalys och det finns även anledning att tro att övriga samband, redovisade i litteraturen, tagits fram på liknande sätt.



Figur G.7 Varaktighet vid hemisfärisk explosion. Baserat på Kingery (1966).

# Luftstövåg



Figur G.8 Oreflekterad impulstäthet vid hemisfärisk explosion enligt Kingery (1966).

## Luftstötövåg

Tabell G.2 Försöksdata avseende stötvågens varaktighet. Från Kingery (1966).

5 ton TNT		20 ton TNT				100 ton TNT		500 ton TNT	
Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]
0,57	0,442	0,45	0,247	4,64	3,591	1,35	1,692	0,19	0,247
0,68	0,573	0,45	0,260	4,64	3,682	1,73	2,264	0,31	0,234
0,90	1,613	0,51	0,208	4,64	3,891	1,85	2,602	0,68	0,377
0,90	1,639	0,51	0,299	4,64	3,943	1,98	2,199	1,18	1,731
1,25	2,355	0,93	1,340	4,64	3,956	1,99	2,134	1,18	2,030
1,25	2,641	0,93	1,653	6,96	4,125	1,99	2,173	1,37	1,705
1,25	2,785	1,23	1,470	6,96	4,242	2,21	2,732	1,64	1,600
1,88	2,108	1,23	1,626	6,96	4,216	2,42	2,433	1,37	1,770
1,88	2,225	1,23	1,731	6,96	4,268	2,71	2,719	1,80	1,770
1,88	2,355	1,23	2,030	6,96	4,359	2,73	2,264	2,20	1,653
1,88	2,355	1,23	2,108	6,96	4,437	2,73	2,355	2,20	2,030
1,88	2,589	1,67	1,626	6,96	4,450	2,93	2,654	2,43	1,639
2,38	2,407	1,67	1,653	13,93	5,322	2,93	2,654	2,67	2,615
2,38	2,524	1,67	1,679	13,93	5,413	2,93	2,719	3,09	2,290
2,96	2,941	1,67	1,718	23,22	5,465	3,08	2,732	3,09	2,745
2,96	3,058	1,67	2,134	23,22	5,920	3,08	2,420	3,09	3,006
2,96	3,175	1,67	2,446	13,93	6,116	3,47	2,941	3,71	2,902
2,96	3,175	1,67	2,485	79,28	7,833	3,77	3,006	3,71	3,006
3,76	3,526	2,29	1,965	79,28	8,796	5,58	3,943	5,59	3,591
8,07	5,114	2,29	2,056	169,90	9,889	6,75	4,099	39,26	6,792
14,13	5,855	2,29	2,082	169,90	10,475	18,53	5,595		
16,85	5,569	2,29	2,108	169,90	10,852	18,53	5,634		
16,85	5,569	2,29	2,238	169,90	10,852	46,32	7,469		
16,85	5,673	2,29	2,524	169,90	10,969	46,32	7,560		
32,27	6,753	3,28	2,850			66,19	7,430		
32,27	6,753	3,28	2,915			66,19	7,586		
32,27	7,052	3,28	2,954			99,31	7,924		
32,27	7,052	3,28	3,019						
60,96	7,339	3,28	3,032						
60,96	8,223	3,28	3,266						
125,48	10,605	3,28	3,357						
125,48	8,223								

## Luftstövåg

Tabell G.3 Försöksdata avseende stötvågens impulstäthet. Från Kingery (1966).

5 ton TNT		20 ton TNT				100 ton TNT		500 ton TNT	
Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]
1,88	130	0,93	263	6,96	36	1,73	170	0,19	400
1,88	145	1,23	180	6,96	44	1,98	132	0,31	215
2,96	92	1,23	186	6,96	44	1,99	120	0,68	173
2,96	104	1,23	191	6,96	44	2,21	108	1,18	244
3,76	83	1,67	166	6,96	44	2,21	137	1,18	255
8,07	44	1,67	196	6,96	44	2,32	110	1,37	191
14,13	23	2,29	109	6,96	46	2,42	111	1,37	215
16,85	19	2,29	109	6,96	51	2,71	107	1,64	128
16,85	19	2,29	119	13,93	22	2,73	112	1,80	136
16,85	20	2,29	124	13,93	22	2,93	92	2,20	101
32,27	10	3,28	81	13,93	22	2,93	94	2,20	120
32,27	10	3,28	81	23,22	12	3,08	86	2,43	92
32,27	11	3,28	82	23,22	12	3,47	78	2,67	101
125,48	3	3,28	82	79,28	4	3,77	79	3,09	81
		3,28	86	79,28	4	5,58	52	3,09	90
		3,28	93	169,90	2	6,75	45	3,09	94
		3,28	98			18,53	16	3,71	73
		4,64	59			18,53	17	3,71	79
		4,64	62			46,32	6	5,59	49
		4,64	62			66,19	4	15,03	21
		4,64	64			66,19	5	39,26	9
		4,64	67			99,31	3	99,31	3

## Luftstövåg

Tabell G.4 Samband mellan varaktighet och skalat avstånd. Från Kingery (1966).

Ursprungligen framtagen kurva				Kurva framtagen med hänsyn till spegling (nyttjande en faktor 1,8)			
Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>	Z	t <sup>+</sup>
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]
0,18	0,26	6,27	4,14	0,15	0,21	5,16	3,40
0,20	0,25	6,67	4,20	0,16	0,20	5,48	3,46
0,22	0,24	7,06	4,31	0,18	0,20	5,80	3,54
0,24	0,23	7,45	4,38	0,19	0,19	6,12	3,60
0,25	0,23	7,84	4,45	0,21	0,19	6,45	3,66
0,27	0,22	8,63	4,58	0,23	0,18	7,09	3,77
0,29	0,22	9,41	4,74	0,24	0,18	7,74	3,89
0,31	0,22	10,19	4,84	0,26	0,18	8,38	3,98
0,33	0,22	10,98	4,96	0,27	0,18	9,02	4,08
0,35	0,22	11,76	5,07	0,29	0,18	9,67	4,17
0,37	0,23	12,74	5,19	0,31	0,19	10,48	4,27
0,39	0,23	13,72	5,31	0,32	0,19	11,28	4,36
0,43	0,25	14,70	5,44	0,35	0,20	12,09	4,47
0,47	0,27	15,68	5,52	0,39	0,22	12,89	4,54
0,51	0,30	17,64	5,73	0,42	0,25	14,50	4,71
0,55	0,33	19,60	5,92	0,45	0,27	16,12	4,87
0,59	0,37	21,56	6,06	0,48	0,31	17,73	4,98
0,63	0,42	23,52	6,22	0,52	0,35	19,34	5,11
0,67	0,49	25,48	6,34	0,55	0,40	20,95	5,21
0,71	0,56	27,44	6,48	0,58	0,46	22,56	5,33
0,74	0,66	29,41	6,61	0,61	0,55	24,17	5,43
0,78	0,79	31,37	6,74	0,64	0,65	25,78	5,54
0,86	1,13	35,29	6,94	0,71	0,93	29,01	5,70
0,94	1,54	39,21	7,09	0,77	1,26	32,23	5,83
1,02	1,86	43,13	7,29	0,84	1,53	35,45	5,99
1,10	2,07	47,05	7,48	0,90	1,70	38,68	6,15
1,18	2,16	50,97	7,61	0,97	1,78	41,90	6,26
1,27	2,21	54,89	7,74	1,05	1,82	45,12	6,36
1,37	2,21	58,81	7,87	1,13	1,82	48,35	6,47
1,47	2,17	62,73	8,00	1,21	1,79	51,57	6,58
1,57	2,09	66,65	8,13	1,29	1,72	54,79	6,69
1,76	2,06	70,57	8,24	1,45	1,69	58,02	6,77
1,96	2,04	74,49	8,34	1,61	1,68	61,24	6,86
2,16	2,09	78,41	8,44	1,77	1,72	64,46	6,94
2,35	2,21	86,26	8,59	1,93	1,82	70,91	7,06
2,55	2,39	94,10	8,76	2,10	1,97	77,35	7,20
2,74	2,62	101,94	8,91	2,26	2,15	83,80	7,33
2,94	2,81	109,78	9,07	2,42	2,31	90,25	7,46
3,14	2,98	117,62	9,21	2,58	2,45	96,69	7,57
3,33	3,11	127,42	9,26	2,74	2,56	104,75	7,62
3,53	3,23	137,22	9,56	2,90	2,65	112,81	7,86
3,72	3,33	147,03	9,65	3,06	2,74	120,87	7,94
3,92	3,41	156,83	9,82	3,22	2,80	128,92	8,08
4,31	3,55	176,43	10,05	3,55	2,92	145,04	8,26
4,70	3,68	196,03	10,25	3,87	3,03	161,15	8,43
5,10	3,81	215,64	10,45	4,19	3,13	177,27	8,59
5,49	3,92	235,24	10,66	4,51	3,22	193,38	8,76
5,88	4,02			4,83	3,31		



## Luftstövåg

Tabell G.5 Samband mellan impulstäthet och skalat avstånd. Från Kingery (1966).

Ursprungligen framtagen kurva				Kurva framtagen med hänsyn till spegling (nyttjande en faktor 1,8)			
Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]
0,19	400	5,66	54	0,16	329	4,66	44
0,21	344	6,04	51	0,17	283	4,97	42
0,23	304	6,42	47	0,19	250	5,28	39
0,25	275	6,80	45	0,20	226	5,59	37
0,26	253	7,17	43	0,22	208	5,90	35
0,28	235	7,55	41	0,23	193	6,21	34
0,30	221	8,31	37	0,25	182	6,83	31
0,32	211	9,06	34	0,26	174	7,45	28
0,34	203	9,82	32	0,28	167	8,07	26
0,36	196	10,57	30	0,29	161	8,69	24
0,38	190	11,33	28	0,31	156	9,31	23
0,42	183	12,27	26	0,34	150	10,09	21
0,45	179	13,21	24	0,37	147	10,86	20
0,49	175	14,16	22	0,40	144	11,64	18
0,53	174	15,10	21	0,43	143	12,42	17
0,57	176	16,99	19	0,47	145	13,97	15
0,60	179	18,88	17	0,50	147	15,52	14
0,64	182	20,77	15	0,53	150	17,07	13
0,68	190	22,65	14	0,56	156	18,62	12
0,72	199	24,54	13	0,59	164	20,17	11
0,76	212	26,43	12	0,62	175	21,73	10
0,83	228	28,32	11	0,68	188	23,28	9
0,91	251	30,21	11	0,74	206	24,83	9
0,98	249	33,98	9	0,81	205	27,93	7
1,06	238	37,76	8	0,87	196	31,04	7
1,13	227	41,53	8	0,93	186	34,14	6
1,21	212	45,31	7	0,99	175	37,25	6
1,32	200	49,08	6	1,09	164	40,35	5
1,42	188	52,86	6	1,16	154	43,45	5
1,51	175	56,63	6	1,24	144	46,56	5
1,70	157	60,41	5	1,40	129	49,66	4
1,89	143	64,19	5	1,55	118	52,77	4
2,08	131	67,96	5	1,71	108	55,87	4
2,27	121	71,74	4	1,86	100	58,97	4
2,45	113	75,51	4	2,02	93	62,08	3
2,64	105	83,06	4	2,17	86	68,28	3
2,83	99	90,62	3	2,33	81	74,49	3
3,02	93	98,17	3	2,48	77	80,70	3
3,21	89	105,72	3	2,64	73	86,91	2
3,40	84	113,27	3	2,79	69	93,12	2
3,59	80	122,71	2	2,95	66	100,87	2
3,78	77	132,15	2	3,10	63	108,63	2
4,15	71	141,59	2	3,41	58	116,39	2
4,53	65	151,03	2	3,72	53	124,15	2
4,91	61	169,90	2	4,03	50	139,67	1
5,29	57			4,35	47		

## G.5 Försöksdata från Goodman (1960)

Goodman (1960) sammanställer stötvågsparametrar för ett stort antal försöksdata erhållna vid detonation av sfäriska Pentoliteladdningar med möjlighet till fri avlastning. Här återgivna data begränsar sig dock till oreflekterad impulstäthet samt varaktighet i syfte att jämföra med data enligt Kingery (1966), se avsnitt 5.3.

Informationen i Goodman ges i amerikanska enheter och har därför först omräknats till SI-enheter. Värderna gäller för Pentoliteladdningar och någon omräkning, med hjälp av en ekvivalent vikt, till TNT har *inte* gjorts. Försöksdata för varaktighet och oreflekterad impulstäthet ges i tabell G.6 respektive G.7. Varje resultatpunkt representerar medelvärdet av ett varierande antal försök (i de flesta fall fyra eller fler).

Tabell G.6 Samband mellan varaktighet och skalat avstånd. Värderna gäller för Pentolite. Från Goodman (1960).

Z	$t^+$	Z	$t^+$	Z	$t^+$
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[ms/kg <sup>1/3</sup> ]
0,59	0,159	2,54	1,840	4,70	2,615
0,60	0,225	2,56	1,654	4,86	2,941
0,80	0,380	2,58	1,692	5,32	2,563
0,98	0,418	2,63	1,744	5,34	2,446
1,00	0,684	2,68	1,139	5,35	2,474
1,19	0,589	2,84	2,212	5,39	2,030
1,28	0,709	2,88	2,095	5,51	2,954
1,36	0,838	2,95	1,862	5,76	3,188
1,44	0,818	2,96	1,913	5,87	3,188
1,46	0,753	3,21	2,277	5,92	3,319
1,60	0,968	3,22	2,980	6,74	2,798
1,60	1,093	3,29	1,379	6,90	2,526
1,63	1,196	3,34	2,368	7,63	3,630
1,75	1,144	3,34	2,498	7,68	3,852
1,96	1,135	3,41	1,548	7,95	3,852
1,97	1,548	3,46	2,446	8,02	3,617
1,98	1,483	3,48	2,381	8,18	3,865
1,98	1,418	3,76	2,264	8,45	3,266
2,00	1,340	3,78	2,025	10,01	4,217
2,01	1,483	3,80	2,604	10,59	3,345
2,02	1,379	3,85	2,316	11,53	4,307
2,03	1,418	3,99	2,798	11,58	4,008
2,10	0,734	4,12	2,238	13,64	4,177
2,24	1,522	4,36	2,069	16,11	4,359
2,24	1,522	4,43	2,772	16,15	4,502
2,37	1,900	4,46	3,032		
2,38	1,692	4,62	2,876		

## Luftstövåg

Tabell G.7 Samband mellan oreflekterad impulstäthet och skalat avstånd. Värdena gäller för Pentolite. Från Goodman (1960).

Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$	Z	$i_s^+ / W^{1/3}$
[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]	[m/kg <sup>1/3</sup> ]	[Pa·s/kg <sup>1/3</sup> ]
0,59	148	2,02	90	4,12	47
0,60	152	2,03	86	4,36	45
0,80	156	2,10	67	4,43	46
0,98	131	2,24	108	4,46	47
1,00	133	2,24	87	4,62	46
1,10	85	2,37	84	4,70	47
1,12	108	2,38	81	5,32	38
1,19	129	2,45	75	5,34	39
1,28	145	2,54	93	5,35	46
1,30	107	2,56	94	5,39	29
1,32	105	2,58	76	5,51	35
1,36	110	2,63	82	5,76	35
1,44	114	2,68	56	5,87	39
1,46	146	2,84	72	5,92	40
1,50	89	2,88	68	6,74	30
1,52	82	2,95	70	6,90	26
1,60	141	2,96	71	7,63	25
1,60	105	3,21	61	7,68	29
1,63	118	3,22	59	7,95	30
1,69	69	3,29	49	8,02	26
1,72	73	3,34	62	8,18	26
1,75	110	3,34	65	8,45	23
1,86	94	3,41	60	10,01	20
1,89	79	3,43	54	10,59	17
1,92	74	3,46	67	11,53	20
1,96	89	3,48	64	11,58	18
1,97	96	3,76	54	13,64	16
1,98	95	3,78	53	16,11	13
1,98	106	3,80	56	16,15	13
2,00	98	3,85	59	17,85	13
2,01	88	3,99	60	26,97	9

# Bilaga H Belastning på byggnad för explosion vid varierande avstånd

## H.1 Orientering

Under hösten 2001 utförde Reinertsen AB en mindre studie åt Räddningsverket med syfte att utröna vilken ekvivalent statisk last som borde användas då avståndet från explosionskälla och betraktad byggnad varierar mellan 0,5 och 11 m. Denna bilaga innehåller en något bearbetad version av det underlag som ursprungligen delgavs Räddningsverket.

## H.2 Bakgrund

Enligt skyddsrumreglerna skall ett skyddsrum klara av belastningen från en närliggande explosion av 125 kg TNT som detonerar på ett avstånd av fem meter från byggnaden. Vidare ställs ett krav på att skyddsrummet skall klara av en långvarigt övertryck respektive undertryck orsakat av en kärnexplosion på ett långt avstånd.

Vid dimensionering av ett skyddsrum beaktas den så kallade vapenlasten via en ekvivalent statisk last på  $q = 50 \text{ kN/m}^2$ . Detta lastvärde representerar på ett förenklat sätt således belastningen från såväl den kortvariga lasten från 125 kg TNT som den långvariga belastningen från en kärnladdning på stort avstånd.

För en grundskyddad anläggning anses dock den yttre belastningen vara lägre än för ett normalt skyddsrum. Detta har hittills lösts genom att den antagna TNT-sprängladdningen placerats längre bort på ett avstånd av tio meter från byggnaden varvid någon dimensionering med avseende på vapenlast ej bedömts vara nödvändig.

## H.3 Frågeställning

En grundskyddad anläggning är, liksom ett skyddsrum, begränsat till sin storlek. Då denna ökar kan detta uppfattas som att bomben kommer närmare byggnaden (eller möjligen att byggnaden närmar sig bomben). Härigenom blir det av intresse att uppskatta vilken lastökning som således erhålls, beroende på hur nära lasten står?

## H.4 Vapeneffekt

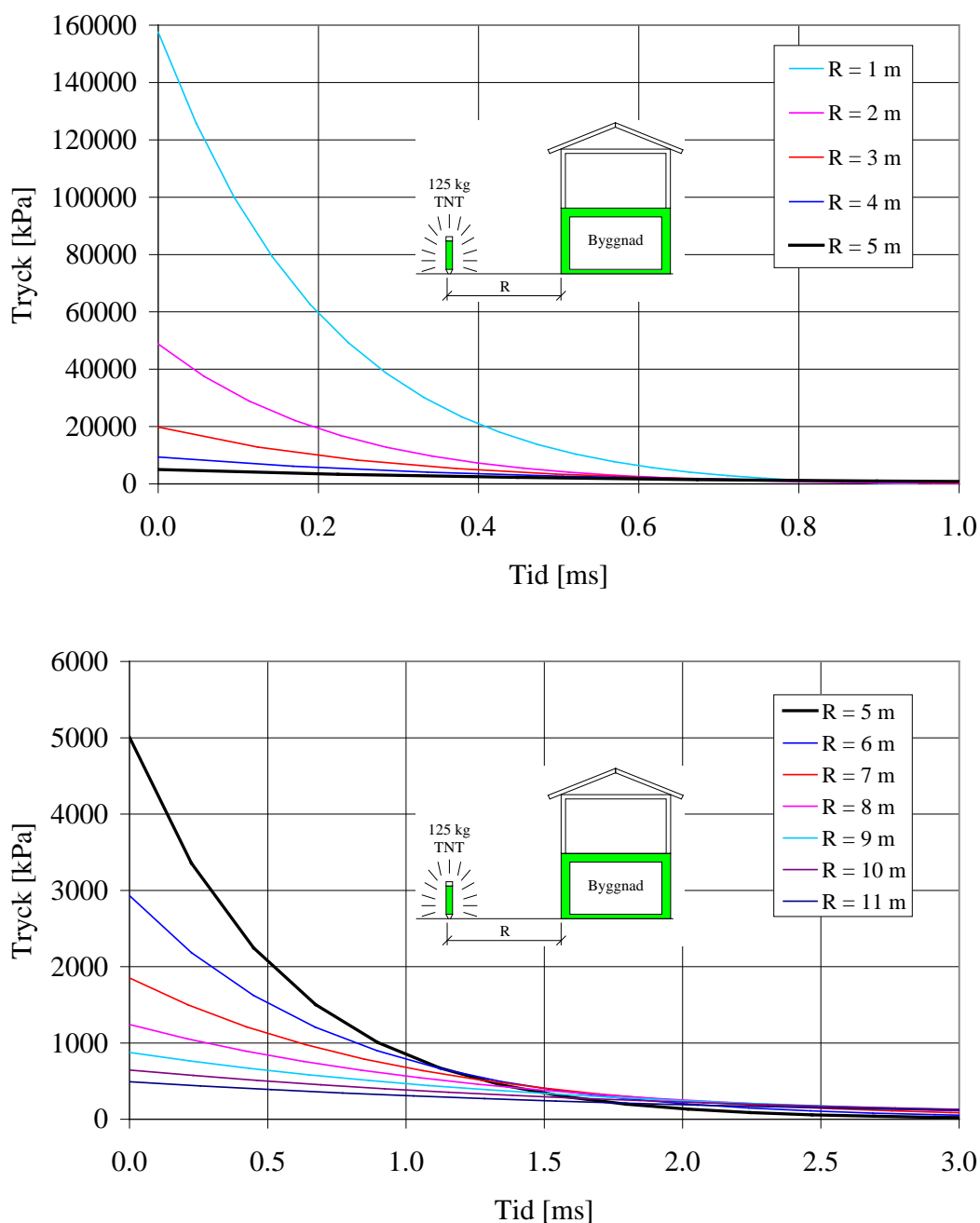
Här nyttjas programmet ConWep (1992) för att bestämma vilka stöt vågparametrar som erhålls vid detonation av 125 kg TNT på varierande avstånd från byggnaden. Här jämförs det övertryck,  $P_r^+$ , samt impulstäthet,  $i_r^+$ , för en normalreflekterad våg, som dessförinnan haft en fri avlastning i luften.

I figur H.1 jämförs de resulterande övertryck-tidssambanden. Den totala avlastningstiden är för avstånd  $\geq 5 \text{ m}$  omkring 9 ms men eftersom den största förändringen sker under de inledande 3 ms visas enbart detta område. Figur H.2 sammanfattar de resulterande kvoterna för dessa båda paramet-

## Luftstövåg

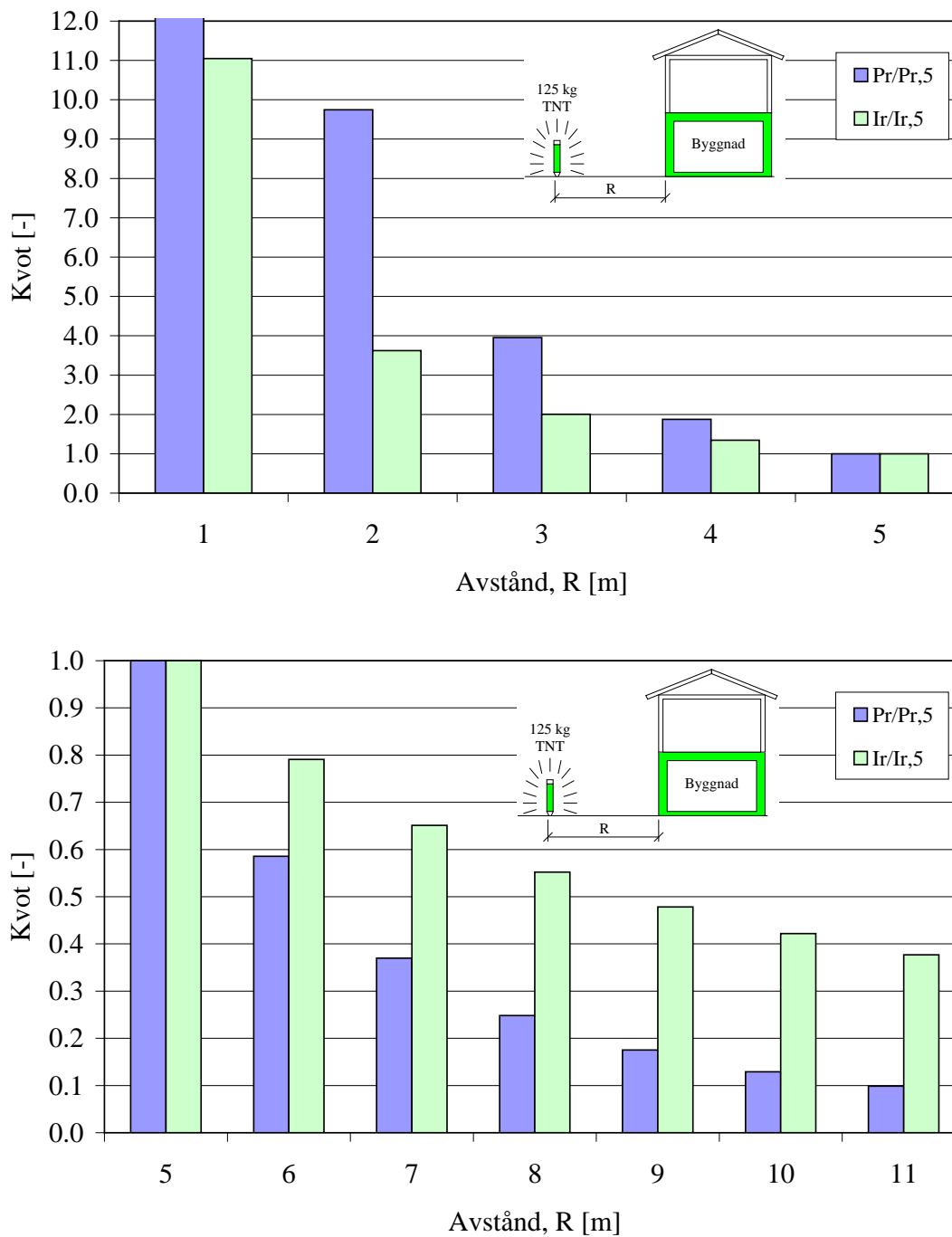
rar när resultat för explosion på fem meters avstånd använts som norm. Av detta framgår det att det reflekterande övertrycket  $P_r$  varierar kraftigt med avståndet. Exempelvis innebär en fördubbling från 5 till 10 m avstånd i en minskning av övertrycket med över 85 %. Impulstätheten minskar också väsentligt, om än dock inte lika drastiskt.

Den parameter som har störst inverkan på en utsatt byggnad är, för så här kortvariga belastningsförlopp, impulstätheten. Det är därför också denna parameter som det fortsatta resonemanget kretsar kring.



Figur H.1 Tryck-tidssamband för reflekterad stövåg vid fri tryckavlastning. Värderna erhållna från ConWep då en laddning på 125 kg TNT exploderar på varierande avstånd,  $R$ , från en byggnad. Observera skalskillnaden mellan de båda graferna.

## Luftstövåg



Figur H.2 Jämförelse av reflekterade övertryck och impulstätheter för tryck-tidssamband redovisade i Figur H.1. Observera skilskillnaden mellan de båda graferna.

## H.5 Ekvivalent vapenlast

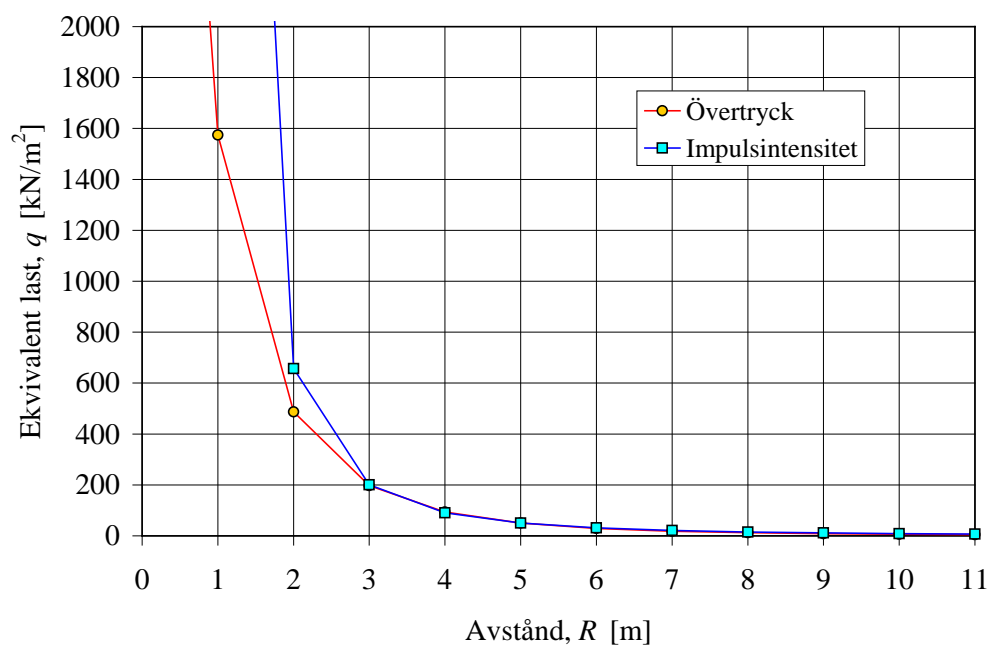
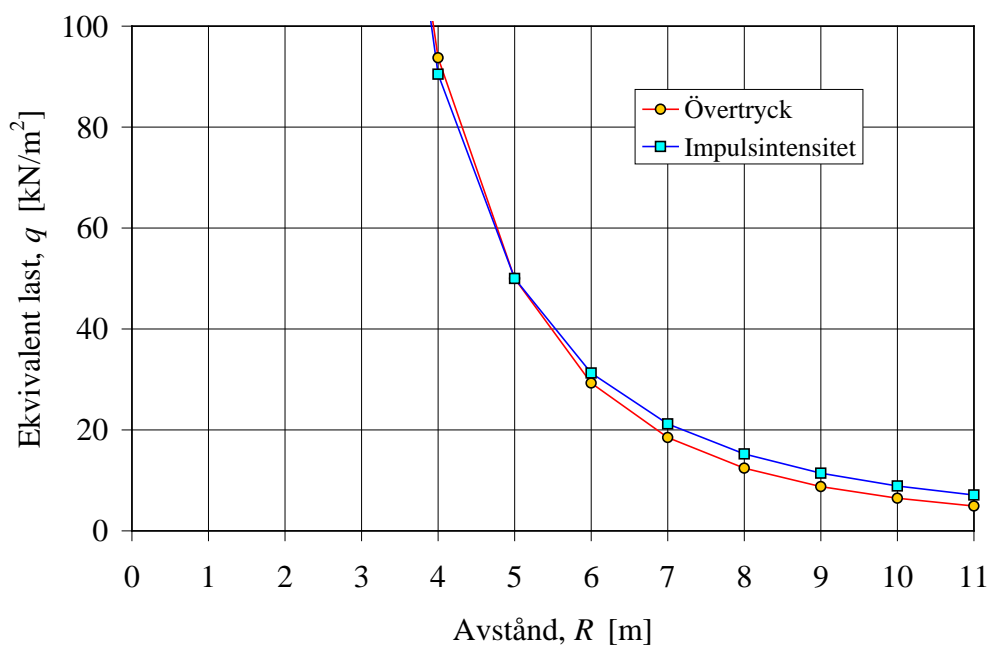
Det antas här att den "ursprungliga" ekvivalenta lasten  $q = 50 \text{ kN/m}^2$ , samhörande med en explosion på ett avstånd av 5 m från byggnaden, kan nyttjas för att ge en uppfattning om vilken lasteffekt som kan knytas till detonation på längre avstånd. Det kan visas att en ekvivalent statisk last vid plastisk strukturrespons är proportionell till impulsen i kvadrat, se Balazs (1997). Vid bestämning av "nya" ekvivalenta laster  $q_R$  för godtyckligt avstånd  $r$  viktas därför denna mot den i figur H.2 redovisade impulskvoten i kvadrat. Dvs.

$$q_i = q_5 \left( \frac{i_{r,r}^+}{i_{r,5}^+} \right)^2 \quad (\text{H.1})$$

där  $q_5 = 50 \text{ kN/m}^2$  och  $i_{r,r}^+$  samt  $i_{r,5}^+$  är impulstätheten för stötvåg på givet avstånd  $r$  respektive på avståndet  $r = 5 \text{ m}$ . Erhållna resultat från detta redovisas i figur H.3 samt tabell H.1.

Tabell H.1 Jämförelse av stötvågsparametrar samt ekvivalent last för en explosion orsakad av 125 kg TNT på varierande avstånd  $r$  när stötvågen antas kunna avlastas fritt.

$r$ [m]	Stötvågsparametrar		Kvot		Ekvivalent last	
	$P_r^+$ [kPa]	$i_r^+$ [Pa s]	$P_{r,r}^+ / P_{r,5}^+$ [-]	$(i_{r,r}^+ / i_{r,5}^+)^2$ [-]	$q_P$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q_i$ [kN/m <sup>2</sup> ]
0,5	368 000	109 000	73,5	1 526	3 676	76 322
1	158 000	30 880	31,5	122	1 574	6 103
2	48 780	10 130	9,74	13,1	487	657
3	19 790	5 596	3,95	4,01	198	200
4	9 384	3 760	1,87	1,81	93,7	90,5
5	5 006	2 795	1,00	1,00	50,0	50,0
6	2 931	2 210	0,59	0,63	29,3	31,3
7	1 851	1 820	0,37	0,42	18,5	21,2
8	1 242	1 543	0,25	0,30	12,4	15,2
9	877	1 337	0,18	0,23	8,8	11,4
10	646	1 179	0,13	0,18	6,5	8,9
11	493	1 053	0,10	0,14	4,9	7,1



Figur H.3 Ekvivalent last som funktion av avståndet mellan explosion och byggnad då dessa viktats utgående från övertryck respektive impulstäthet i kvadrat. Värdena är hämtade från tabell H.1.

Det är intressant att notera att viktad ekvivalent last  $q$  blir mer eller mindre densamma för skalade avstånd  $\geq 3$  m. Sambandet kopplat med övertrycket är dock främst med som en jämförelse och störst vikt skall därför fästas till den ekvivalentlast som har beräknats i enlighet med ekvation (H.1).



### H.6 Slutkommentar

En fingervisning av hur den statiska ekvivalenta lasten  $q$  varierar med explosionscentrum avstånd från betraktad byggnad, har tagits fram och redovisas i figur H.3. Ett grundläggande antagande för dessa värden är att stötvågen kan erhålla en fri avlastning vilket kan synas vara ett rimligt antagande då explosionen sker på ett avstånd av ett par, tre meter. Då explosionscentrum närmar sig byggnadens väggar borde dock stötvågens möjlighet till utbredning i luften beaktas – om explosionen sker tillräckligt nära kommer lasten dessutom mer verka som en koncentrerad last än som en utbredd dito. Detta har dock inte beaktats i häri redovisade siffror. ;Med anledning av detta skall därför inte alltför stor vikt fästas vid ovanstående redovisade samband då  $R \leq 2$ .

Det är vidare viktigt att poängtera att ovanstående värden är anpassade efter en kortvarig explosion i form av 125 kg TNT. Vid beaktande av den långvariga belastning som orsakas av en kärnvapen-explosion på stort avstånd kommer den ekvivalenta lasten, som är nödvändig att nyttja för dimensionering av byggnaden, fortfarande vara  $50 \text{ kN/m}^2$ . Om det dock endast är inverkan av en närliggande explosion som skall beaktas kan dock här presenterade resultat användas.

## Bilaga I Tillståndsekvationen – Equation of state (EOS)

### I.1 Grundläggande ekvationer

Den engelska benämningen på tillståndsekvationen är *Equation of state* och förkortas EOS. I “dagligt tal” används i svenskan dock ofta, lite slarvigt, uttrycket EOS då det egentligen syftas på ett materials tillståndsekvation.

Tillståndsekvationen kan sägas beskriva förhållandet mellan hydrostatiskt tryck  $p$  och volymetrisk töjning  $\varepsilon_{vol}$  där

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (I.1)$$

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (I.2)$$

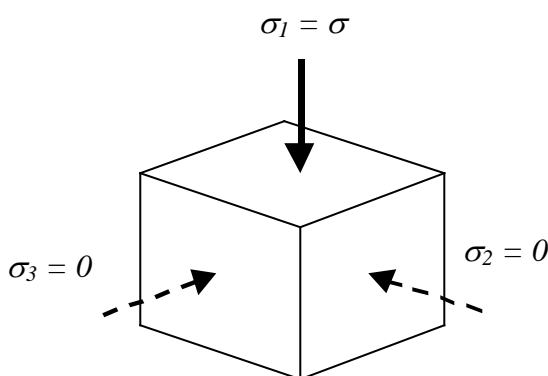
På samma sätt som att elasticitetsmodulen  $E$  beskriver förhållandet mellan enaxiell spänning  $\sigma$  och enaxiell töjning  $\varepsilon$  finns det en motsvarande term som kopplar det hydrostatiska trycket och den volymetriska töjningen. Denna term kallas kompressionsmodulen (engelska: *bulk modulus*) och tecknas som

$$K = \frac{p}{\varepsilon_{vol}} \quad (I.3)$$

En koppling gentemot  $E$ -modulen fås via Hookes lag. Denna anger att huvudtöjningen  $\varepsilon_1$  kan uttryckas som

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (I.4)$$

där  $\nu$  betecknar tvärkontraktionen (Poissons tal). På motsvarande sätt kan även huvud-töjningarna  $\varepsilon_2$  och  $\varepsilon_3$  tecknas. För ett enaxiellt belastningsfall fås då att



$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma}{E} = \varepsilon$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\frac{\nu\sigma}{E} = -\nu\varepsilon$$

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma}{3}$$

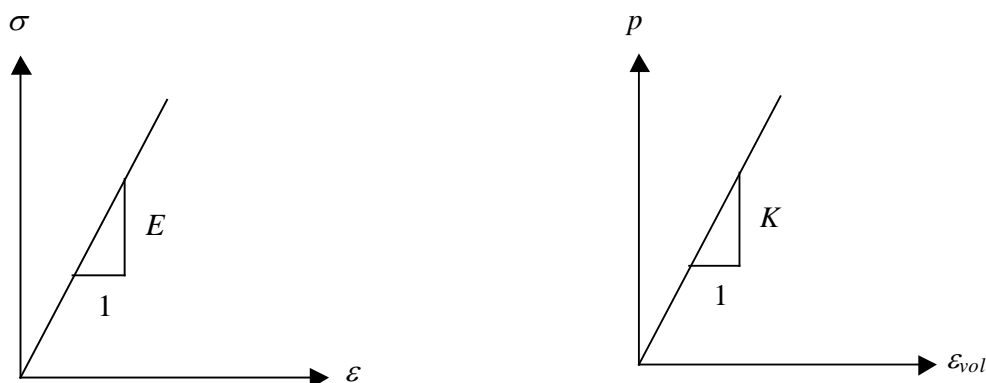
$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon(1 - 2\nu)$$

Figur II Enaxiell belastning av kub.

vilket slutligen ger att

$$K = \frac{p}{\varepsilon_{vol}} = \frac{1}{3(1-2\nu)} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon} \Rightarrow K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (\text{I.5})$$

När det pratas om kompressionsmodulen så är det således materialets motsvarighet till E-modulen som det syftas på så som illustreras i figur I.2.



Figur I.2 Principiell jämförelse mellan  $\sigma$ - $\varepsilon$ -samband och  $p$ - $\varepsilon_{vol}$ -samband.

Det är inte nödvändigt att ange den volymetriska formändringen i form av en töjning. Istället för töjning kan det även talas om kompression som egentligen syftar på samma sak. Vanliga varianter att uttrycka kompressionen på är via exempelvis volymen eller densiteten. Kopplingen mellan volymetrisk töjning och dessa parametrar visas nedan

Sambandet mellan volymen  $V$  efter belastning och volymen  $V_0$  före belastning kan tecknas som

$$V = (1 - \varepsilon_{vol})V_0 \quad (\text{I.6})$$

vilket innebär att  $\varepsilon_{vol}$  kan uttryckas som

$$\varepsilon_{vol} = \frac{V_0 - V}{V_0} \quad (\text{I.7})$$

Med lagen om massans bevarande samt definition på densitet som

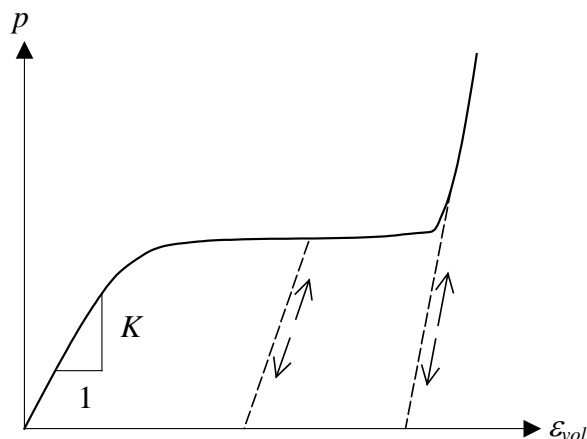
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \quad (\text{I.8})$$

kan den volymetriska töjningen även uttryckas som

$$\varepsilon_{vol} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \quad (\text{I.9})$$

I avsnitt 3.2 introduceras detta uttryck men benämns där som kompressionen  $\mu$ , se tabell 3.1. Dvs. volymetrisk töjning och kompression är olika beteckningar för samma sak.

På samma sätt som att E-modulen inte beskriver ett materials fulla respons vid belastning så kan även ett materials tillståndsekvation vara olinjär. Liksom för ett olinjärt  $\sigma$ - $\varepsilon$ -samband kommer avlastningsgrenen för tillståndsekvationen också variera beroende på var på kurvan den befinner sig. I figur I.3 illustreras ett typiskt  $p$ - $\varepsilon_{vol}$ -samband för betong av vilket det framgår att detta i högsta grad uppvisar ett olinjärt förhållande.

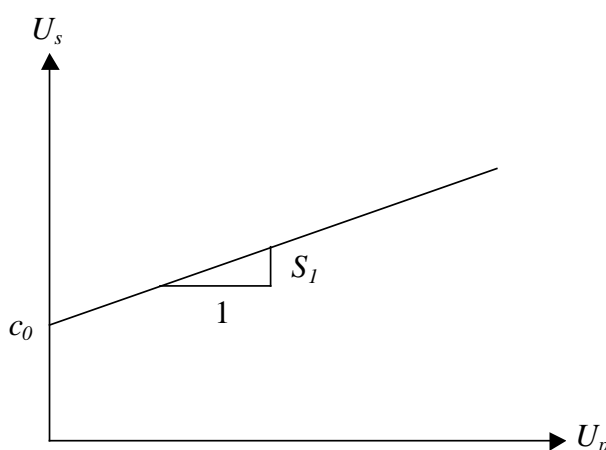


*Figur I.3 Schematisk bild av tillståndsekvation (EOS) för betong. Lutningen för avlastning/pålastning varierar beroende på den volymetriska töjning som uppnåtts.*

I stötstågssammanhang beskriver tillståndsekvationen dock inte bara kopplingen mellan tryck och kompression. För framförallt metaller är det även vanligt, Meyers (1994), att betrakta tillståndsekvationen som kopplingen mellan stötstågshastighet  $U_s$  och partikelhastighet  $U_p$  i ett material

$$U_s = c_0 + S_1 \cdot U_p \tag{I.10}$$

där  $c_0$  är ljudhastigheten vid normaltryck och  $S_1$  är en konstant, se figur I.4.

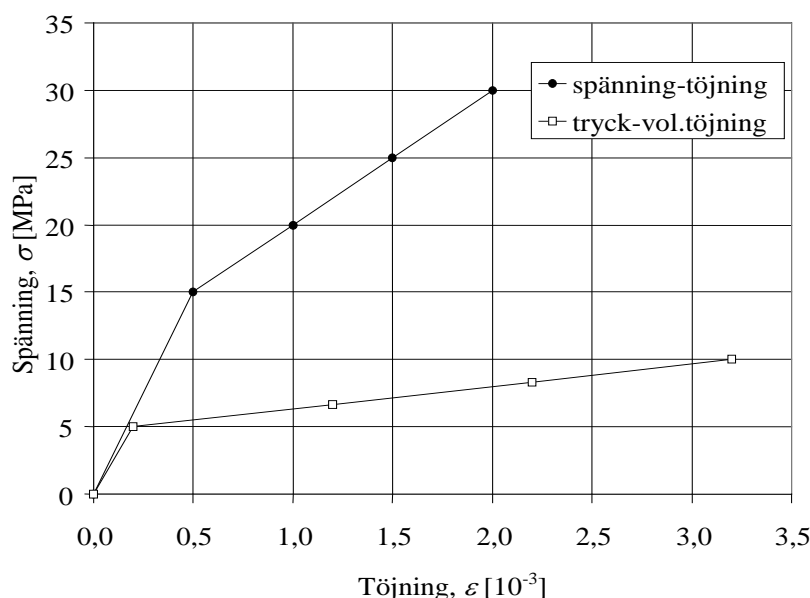


*Figur I.4 Schematisk bild av tillståndsekvation (EOS) för en metall där denna beskriver sambandet mellan stötstågshastighet  $U_s$  och partikelhastighet  $U_p$ .*

## I.2 Varför är tillståndsekvationen viktig att beakta?

I de programvaror som normalt används för statiska och till viss del även dynamiska problem berörs normalt inte begrepp såsom tillståndsekvation eller kompressionsmodul. Tillståndsekvationen används dock av programmens materialmodeller via den kompressionsmodul som indirekt anges i och med att såväl elasticitetsmodul  $E$  som tvärkontraktion  $\nu$  krävs som indata. Den tillståndsekvation som därmed används beror därmed på vald materialmodell.

För en plastisk modell, exempelvis von Mises, sker en ändring i tvärkontraktionen då flytning i materialet uppstår. För von Mises innebär detta att tvärkontraktionen  $\nu=0,5$  då detta inträffar, oavsett vad den satts till att vara i sitt elastiska stadium. Detta leder till att en bilinjär kurva erhålls för beskrivning av tillståndsekvationen. I figur I.5 illustreras det  $p$ - $\varepsilon_{vol}$ -samband som erhålls för ett givet  $\sigma$ - $\varepsilon$ -samband vid enaxiell belastning av ett betongmaterial ( $\nu=0,2$ ) modellerat med von Mises. Värt att nämna är dock att det  $p$ - $\varepsilon_{vol}$ -samband som ges i figuren inte alltid kommer se ut som där illustreras utan kommer istället vara beroende av det fleraxiella tillstånd som belastar betongen. I en programvara där tillståndsekvationen dock ges i form av indata kommer denna uppvisa angivet samband oavsett spänningstillstånd.



Figur I.5 Schematisk bild av koppling mellan spännings-töjningssamband och tillståndsekvationen för ett enaxiellt belastat betongmaterial modellerat i von Mises ( $\nu = 0,2$ ).

En avgörande anledning till varför större vikt inte fästs vid ett materials tillståndsekvation i program som företrädesvis behandlar statisk belastning är att de påfrestningar som erhålls under sådana förhållanden är jämförelsevis små med vad som kan uppnås vid starkt dynamiska laster. När exempelvis en stålprojektil slår in i en betongplatta uppstår hydrostatiska tryck som kan vara många gånger större än vad som är fallet vid en statisk belastning. En titt på betongens tillståndsekvation visar att denna är starkt olinjär och av detta framgår det att det vid högre tryck är av stor betydelse att på ett realistiskt sätt simulera den tillståndändring som sker i materialet som sker vid denna nivå. Detta understryks också av en stötvågs framfart i luft, se av avsnitt 5.2 samt Bilaga C, där tillståndsekvationens olinjaritet visar sig ha betydande inverkan på sambanden mellan olika stötvågsparametrar.





